dr. Andreja Šarlah

Pregled klasične fizike

gradivo za vaje

Vsebina

1 Matematični pripomočki

1.1. Ponovite lastnosti odvoda! Nekatere oznake: $f'(x) = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ oziroma $\mathrm{d}f = f'(x)\mathrm{d}x$ in $\dot{f}(t) = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$ oziroma $\mathrm{d}f = \dot{f}(t)\mathrm{d}t$

a) Izračunajte!
$\dfrac{\mathrm{d}f(ax)}{\mathrm{d}x} = \ldots$, $[f(x) + g(x)]' = \ldots$, $[af(x)]' = \ldots$, $[f \circ g_{(x)}]' = \ldots$, $[f(x)g(x)]' = \ldots$

b) Uporabite zgornja pravila na konkretnih zgledih!
$[\sin^2 3x]' = \ldots$, $[\mathrm{e}^{5x^2}]' = \ldots$, $[\arcsin x]' = \ldots$

c) Odvod funkcije več spremenljjivk: Kaj je parcialni in kaj totalni odvod? Zapišite diferencial funkcije $f(x, y)$!

d) Kakšen je grafični pomen odvoda? Kaj lahko povemo o funkciji f v točki x, če je $f'(x)$ večje, manjše ali enako 0? Kaj pa če je večji, manjši ali enak 0 drugi odvod funkcije v dani točki?

1.2. Ponovite lastnosti integrala! Nekatere oznake: enojni ali večkratni integral bomo označili enako, razen kadar bomo eksplicitno izpisali tudi integracijske meje.

a) Ponovite pogostejše metode računanja integralov, kot je zamenjava spremenljivk, ločitev spremenljivk, per partes,...

b) Kakšen je grafični pomen določenega integrala?

1.3. Ponovite osnove reševanja diferencialnih enačb! Kaj so navadne in kaj parcialne diferencialne enačbe? Kako rešimo homogene in kako nehomogene diferencialne enačbe? Poiščite splošno rešitev spodnjih diferencialnih enačb:

a) $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

b) $\ddot{x} + \omega^2 x = f(x)$

c) $\ddot{x} - \lambda^2 x = 0$

d) $\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 s}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2 s}{\partial x^2} = 0$

1.4. Ponovite osnove računanja z matrikami in funkcijami nad njimi! Oznake: matrika A, njene komponente (njeni elementi) A_{ij}, Einsteinovo sumacijsko pravilo $A_{ij}B_{jk} \equiv \sum_j A_{ij}B_{jk}$. Izračunajte:

a) $\mathsf{C} = \mathsf{AB}$; $C_{ij} = \ldots$

b) $\mathrm{tr}(\mathsf{A}) = \ldots$, $\mathrm{tr}(\mathsf{AB}) = \ldots$, $\mathrm{tr}(\mathsf{BA}) = \ldots$

c) $\det(\mathsf{AB}) = \ldots$, $\det(\mathsf{BA}) = \ldots$

1.5. Naj bo A unitarna matrika. Kaj velja zanjo? Kaj pa če je ortogonalna?

1.6. Zapišite transformacijo, ki opisuje rotacije okrog stalne osi v tridimenzionalnem (3D) prostoru! Kakšne so lastnosti te transformacije? Koliko parametrov potrebujemo za njen opis?

1.7. Zapišite transformacijo, ki opisuje splošno rotacijo v 3D prostoru! Kakšne so njene lastnosti? Koliko parametrov potrebujemo za opis?

1.8. Krivočrtne koordinate.

a) Zapišite Jacobijevo determinanto za prehod iz kartezičnih v krivočrtne koordinate!

b) V krivočrtnih koordinatah zapišite gradient, divergenco in rotor!

c) Uporabite rezultate iz točk a) in b) za prehod na krogelne koordinate!

d) Uporabite rezultate iz točk a) in b) za prehod na valjaste (cilindrične) koordinate!

1.9. Sistemi linearnih enačb.

a) Kakšne sisteme linearnih enačb razlikujemo? Kako jih rešujemo?

b) Kaj je homogen sistem linearnih enačb? Kdaj obstaja netrivialna rešitev? Koliko rešitev ima sistem, pri katerem so izpolnjeni pogoji za obstoj netrivialne rešitve?

c) Kaj je nehomogen sistem linearnih enačb? Koliko rešitev ima?

d) Preizkusite svoje znanje na naslednjih dveh zgledih:

– Poiščite x, y, z, za katere velja

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0, \\ x + ay - z &= 0, \\ ax - y - z &= 0\ ! \end{aligned}$$

– Poiščite x, y, z, za katere velja

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0, \\ x + ay - z &= 1, \\ ax - y - z &= 2\ ! \end{aligned}$$

1.10. Brez uporabe *Mathematice* in podobnih orodij, torej "na roko" rešite sistem enačb:

$$x + y = a, \tag{1.1}$$

$$x \cos\varphi_1 + y \cos\varphi_2 = b, \tag{1.2}$$

$$x \sin\varphi_1 - y \sin\varphi_2 = 0, \tag{1.3}$$

za neznanke x, y in φ_2.

1.11. Narišite funkcijo $y(x)$, ki je določena s predpisom

$$\sin y = \frac{\sin x}{a + 1 - \sqrt{a^2 + 2a}\cos x}.$$

Posebej obravnavajte primere $a = 0$, $a \ll 1$ in $a \gg 1$.

2 Od atomov do vesolja

2.1. Poiščite rešitve kozmološke enačbe in obravnavajte različne scenarije!
Pomoč: Opisujte izbrano jato galaksij, ki se giblje v sicer homogenem vesolju preostalih jat galaksij.

a) Naj bo konstantna gostota vesolja!

b) Naj bo konstantna masa vesolja!

2.2. V okviru Bohrovega modela obravnavajte gibanje elektrona v atomu vodika!
Pomoč: Bohrov model obravnava gibanje elektrona v atomu v okviru klasičnih enačb gibanja, a predpostavlja, da sevalne izgube zaradi kroženja preprečuje kvantizacija vrtilne količine, to je, možne so le diskretne vrednosti.

3 Lagrangeov in Hamiltonov formalizem

koordinata	...	q_i
Lagrangeova funkcija	...	$L = L(q_i, \dot{q}_i)$
akcija	...	$S = \int \mathrm{d}t L(q_i, \dot{q}_i)$
Euler-Lagrangeove enačbe	...	$\delta S = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0$
impulz	...	$p_i \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$
Hamiltonka	...	$H = H(q_i, p_i) = \dot{q}_i p_i - L$
Hamilton-Jacobijeve enačbe	...	$\dot{q}_i = \{q_i, H\}_P = \frac{\partial H}{\partial p_i}$
	...	$\dot{p}_i = \{p_i, H\}_P = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$
Poissonov oklepaj	...	$\{A, B\}_P = \frac{\partial A}{\partial q_i}\frac{\partial B}{\partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i}\frac{\partial B}{\partial q_i}$

3.1. Lagrangeova funkcija je funkcija koordinat in njihovih časovnih odvodov. Za primer $L = T - V$, kjer je T kinetična energija, v kateri nastopa kvadrat hitrosti, $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$, V pa potencialna energija, odvisna le od koordinate, zapišite koordinate in pripadajoče prispevke h kinetični energiji v kartezičnih, cilindričnih in krogelnih koordinatah! Zapišite tudi ustrezne impulze, Hamiltonko in Hamilton-Jacobijeve enačbe!

3.2. Za Poissonove oklepaje velja $\{q_i, p_j\}_P = \delta_{ij}$, $\{q_i, q_j\}_P = 0$ in $\{p_i, p_j\}_P = 0$. Namesto spremenljivk q_i, p_i vpeljemo nove, $\vec{Q} = \mathsf{A}\vec{q} + \mathsf{B}\vec{p}$ in $\vec{P} = \mathsf{C}\vec{q} + \mathsf{D}\vec{p}$, kjer je $\vec{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots)$, ipd., $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}$ pa so matrike. Kakšne zveze morajo veljati med matrikami $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}$, če naj tudi za Q_i, P_i veljajo Poissonovi oklepaji $\{Q_i, P_j\}_P = \delta_{ij}$, $\{Q_i, Q_j\}_P = 0$ in $\{P_i, P_j\}_P = 0$?

3.3. Vrtilna količina je dana z $\vec{\Gamma} = \vec{r} \times \vec{p}$. Pokažite, da veljajo Poissonovi oklepaji $\{\Gamma_1, p_2\}_P = p_3$, $\{\Gamma_1, p_3\}_P = -p_2$, $\{\Gamma_1, p_1\}_P = 0$! Kolikšni pa so Poissonovi oklepaji $\{\Gamma_1, r_1\}_P$, $\{\Gamma_1, r_2\}_P$ in $\{\Gamma_1, r_3\}_P$?

3.4. Na klanec z naklonskim kotom α postavimo klado. Med klado in klancem ni trenja.

a) Rešite pripadajoče Newtonove enačbe gibanja!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje klade po klancu!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!

e) Poiščite splošno rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!

f) Ob upoštevanju zgornje rešitve določite, kako se s časom spreminja energija klade?

g) Poiščite rešitev ob postavitvi izhodišča koordinatnega sistema v začetno lego klade, začetku merjenja časa ob trenutku postavitve klade na klanec in ob pogoju, da na klado ob postavitvi ne delujemo s sunkom sile! Kdaj bo prišla klada do vznožja klanca, če je to h nižje od njene začetne lege? Koliko časa bo potrebovala za to pot?

3.5. Na vodoravni podlagi miruje zelo lahka vzmet s prožnostnim koeficientom k. Na eni strani jo pritrdimo na nepremično steno, na drugi pa pritrdimo klado z maso m. Klada se po podlagi lahko giblje brez trenja in le vzdolž vzmeti.

a) Rešite pripadajoče Newtonove enačbe gibanja!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje sistema vzmeti in klade po vodoravni podlagi (vzmetno nihalo)!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!

e) Poiščite splošno rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!

f) Ob upoštevanju zgornje rešitve določite, kako se s časom spreminja energija sistema vzmeti in klade?

g) Poiščite rešitev ob začetnem pogoju:

- Klado izmaknemo, tako da se vzmet raztegne za u_0, in spustimo!

   - Na klado v legi, ko je vzmet neraztegnjena, delujemo s kratkotrajnim sunkom sile $\int F\mathrm{d}t = mu_0$!

3.6. Na strop obesimo vzmetno nihalo, ki ga sestavljata zelo lahka vzmet s prožnostnim koeficientom k in majhna kroglica z maso m. Kroglica se lahko giblje le v navpični smeri.

   a) Rešite pripadajoče Newtonove enačbe gibanja!
   b) Poiščite lego, v kateri kroglica miruje!
   c) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje vzmetnega nihala!
   d) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!
   e) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!
   f) Poiščite splošno rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!
   g) Ob upoštevanju zgornje rešitve določite, kako se s časom spreminja energija vzmetnega nihala?
   h) Poiščite rešitev ob začetnem pogoju:
      - Kroglico za u_0 izmaknemo iz mirovne lege in spustimo!
      - Na kroglico v mirovni legi delujemo s kratkotrajnim sunkom sile $\int F\mathrm{d}t = mu_0$!

3.7. Na vodoravni mizi miruje zravnana homogena vrv z maso m in dolžino l. En konec vrvi počasi potegnemo do roba mize, tako da se majhen konec spusti čez rob. Vrv se po podlagi lahko giblje brez trenja.

   a) Rešite pripadajoče Newtonove enačbe gibanja!
   b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo padanje vrvi z mize!
   c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!
   d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!
   e) Poiščite rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!
   f) Kako se s časom spreminja energija vrvi?
   g) Koliko časa pada vrv z mize?

3.8. Na klanec z naklonskim kotom α postavimo na višino h valj. Valj se po klancu kotali brez spodrsavanja.

   a) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje valja!
   b) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!
   c) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!
   d) Poiščite rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!

e) Ob upoštevanju zgornje rešitve določite, kako se s časom spreminja energija klade?

f) Kdaj pride valj do vznožja klanca?

g) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.9. Ob steno sobe prislonimo pod kotom α glede na tla lestev z maso m in dolžino l. Opišite gibanje lestve takooj po zdrsu! Med lestvijo ter tlemi in steno ni trenja.

a) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje lestve!

b) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

c) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!

d) Poiščite rešitev Euler–Lagrangeovih enačb!

e) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.10. Na klanec z naklonskim α pritrdimo vzmetno nihalo, ki ga sestavljata lahka vzmet s koeficientom prožnosti k in klada z maso m. Klada se lahko po podlagi giblje brez trenja.

a) Določite ravnovesno lego nihala!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje vzmetnega nihala!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!

e) Poiščite rešitev Euler–Lagrangeovih enačb, če na začetku klado za u_0 izmaknemo iz ravnovesne lege!

f) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.11. Cev s polmerom r', zvita v obliko polkrožnice s polmerom R, je negibljivo pritrjena v navpično lego. Po njej spustimo majhno kroglico z maso m in polmerom $r \ll R, r \lesssim r'$. Kroglica se po cevi giblje brez (kotalnega) trenja. Obravnavajte najprej le drsenje kroglice po cevi, v drugem primeru pa upoštevajte tudi vrtenje okrog težišča.

a) Določite ravnovesno lego kroglice!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje kroglice po cevi!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe!

e) Zapišite linearizirane enačbe, ki opisujejo gibanje kroglice v bližini ravnovesne lege, in jih rešite!

f) Zapišite linearizirane enačbe, ki opisujejo gibanje kroglice ob konceh cevi, in jih rešite!

g) Numerično rešite natančne enačbe in primerjajte rešitve za ustrezne dele cevi s približnimi iz točk e) in f)!

h) Koliko časa potrebuje kroglica za pot od enega konca cevi do drugega, če jo spustimo v cev brez začetne hitrosti? Za koliko se približna napoved razlikuje od dejanske vrednosti?

i) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.12. Težka polkrogelna posoda s polmerom R stoji na vodoravni podlagi. Po njej spustimo majhno kroglico z maso m in polmerom $r \ll R$. Kroglica se po posodi giblje brez (kotalnega) trenja. Obravnavajte najprej le drsenje kroglice po posodi, v drugem primeru pa upoštevajte tudi vrtenje okrog težišča.

a) Določite ravnovesno lego kroglice!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje kroglice po posodi!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe! Določite morebitne konstante gibanja!

e) Zapišite linearizirane enačbe, ki opisujejo gibanje kroglice v bližini ravnovesne lege, in jih rešite!

f) Zapišite linearizirane enačbe, ki opisujejo gibanje kroglice ob konceh cevi, in jih rešite!

g) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.13. Na strop obesimo vzmetno nihalo, ki ga sestavljata zelo lahka vzmet s prožnostnim koeficientom k in majhna kroglica z maso m. Kroglica se lahko giblje v navpični ravnini.

a) Poiščite lego, v kateri kroglica miruje!

b) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje vzmetnega nihala!

c) Zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe! Poiščite morebitne konstante gibanja!

e) Določite impulze koordinatam, ki ste jih uporabili, in zapišite Hamiltonko za obravnavani sistem!

f) Zapišite časovni razvoj koordinat in njihovih impulzov (Hamilton-Jacobijeve enačbe)!

g) Rešite enačbe za primer majhnih odmikov od mirovne lege!

h) Koliko nihajnih načinov dobite? Kakšni so njihovi nihajni časi? Kakšno nihanje predstavljajo? Skicirajte!

i) Numerično rešite splošne enačbe in preverite veljavnost analitičnega rezultata za različne primere (majhni, srednji, veliki odmiki; odvisnost od nihajnega načina,...)!

j) Rešite problem še z reševanjem Newtonovih enačb gibanja!

3.1 Gibanje v sferno simetričnem potencialu

centralna sila $\Longleftrightarrow \vec{F}(\vec{r}) = F(r)\frac{\vec{r}}{r}$

potencial centralne sile:
$\vec{F} = -\nabla V \Longleftrightarrow V(\vec{r}) = V(r) = V(r_0) - \int_{r_0}^{r} F(r)\mathrm{d}r$

posledice:

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{\Gamma} = 0 \Longleftrightarrow$ gibanje v ravnini, pravokotni na $\vec{\Gamma}$; opišemo ga s cilindričnimi koordinatami ρ, φ, z
- $H = \frac{1}{2}m\rho^2 + V_{ef}(\rho)$, $V_{ef}(\rho) = V(\rho) + \frac{p_\varphi^2}{2m\rho^2}$
- enačba gibanja: $m\ddot{\rho} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}V_{ef} = 0$
  in rešitev: $\dot{\rho} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E - V_{ef})}$

3.14. Pokažite, da je v primeru potanciala centralnih sil, vrtilna količina sistema konstantna!

3.15. Izpeljite izraz za splošno rešitev enačbe gibanja v sferno simetričnem potencialu!

3.16. Vzmetno nihalo, lahka vzmet s prožnostnim koeficientom k, na katere en konec je pritrjena kroglica z maso m, je v prostem krajišču pritrjeno na gladko vodoravno podlago. Kroglica se po podlagi giblje brez trenja in v kateri koli smeri.

a) Zapišite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje kroglice!

b) Zapišite Lagrangeovo funkcijo!

c) Določite impulze k izbranim koordinatam in zapišite Hamiltonko sistema!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove in Hamilton-Jacobijeve enačbe! Določite morebitne konstante gibanja!

e) Določite efektivni potencial za opis gibanja kroglice in ga skicirajte! Določite tip tirov, ki jih omogoča tak potencial, in pripadajoče intervale!

f) Določite, kje ima efektivni potencial minimum, če je vrtilna količina sistema $\sqrt{8mkl^4}$! Kolikšen je obhodni čas kroglice? Kako dolgo pot opravi pri enem obhodu? Kolikšna je energija vzmetnega nihala pri tem načinu gibanja?

g) Obravnavajte gibanje kroglice iz primera f) po tem, ko nanjo delujemo s kratkotrajnim sunkom sile $\int F\mathrm{d}t = mu_0$ v radialni smeri!

3.17. Enaki majhni kroglici sta povezani z neraztegljivo lahko vrvico, ki je speljana preko drobne luknjice v gladki mizi tako, da se ena kroglica brez tranja giblje v ravnini mize, druga pa v navpični smeri.

a) Zapišite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje kroglic!

b) Zapišite Lagrangeovo funkcijo!

c) Določite impulze k izbranim koordinatam in zapišite Hamiltonko sistema!

d) Zapišite Euler–Lagrangeove in Hamiltonove enačbe! Določite morebitne konstante gibanja!

e) Določite efektivni potencial za opis gibanja kroglic in ga skicirajte! Določite tip tirov, ki jih omogoča tak potencial, in pripadajoče intervale!

f) Določite, kje ima efektivni potencial minimum! Kolikšen je takrat obhodni čas kroglice? Kako dolgo pot opravi pri enem obhodu? Kako se takrat giblje druga kroglica?

g) Obravnavajte gibanje sistema iz primera f) po tem, ko na kroglico na mizi delujemo s kratkotrajnim sunkom sile $\int F\mathrm{d}t = mu_0$ v radialni smeri! Kaj pa se zgodi, če z enako velikim sunkom delujemo v navpični smeri na kroglico, ki se giblje v tej smeri?

3.18. Tir neke kroglice opiše enačba $r = c\varphi^2$, kjer je C konstanta.

a) Določite potencial, v katerm se giblje ta kroglica!
Namig: Enačbe gibanja prepišite v obliko, kjer bodo nastopali odvodi po kotu namesto časovnih odvodov.

b) Narišite efektivni potencial, ki ustreza temu potencialu in komentirajte obstoj in lastnosti različnih možnih tirov!

c) Med kakšne tire spada zgoraj zapisani tir? Določite morebitne spodnjo oziroma zgornjo mejo za oddaljenost kroglice od izvora potenciala!

3.19. Za potencial oblike $V(r) = -\dfrac{\alpha}{r}\,\mathrm{e}^{-r/r_0}$, kjer sta $\alpha, r_0 > 0$, narišite efektivni potencial, obravnavajte možne tipe tirov ter poiščite morebitni pogoj za krožni tir in majhna odstopanja od njega!

3.2 Gibanje dveh teles v potencialu oblike $V(r) = \alpha/r$

Oznake:

- celotna masa: $M = m_1 + m_2$
- reducirana masa: $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$
- radij-vektor do i–tega telesa: $\vec{r}_i$
- medsebojna razdalja oziroma relativni tir: $R = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$

Nekaj številk:

gravitacijska konstanta	...	G =6,67×10^{-11} Nm^2/kg^2
masa Zemlje	...	6,0×10^{24} kg
masa Sonca	...	2,0×10^{30} kg
masa Lune	...	7,4×10^{22} kg
polmer Zemlje	...	6400 km
polmer Lune	...	1700 km
razdalja Sonce–Zemlja	...	150×10^6 km
razdalja Zemlja–Luna	...	384×10^3 km

3.20. Opisujemo gibanje dveh teles z masama m_1 in m_2, katerih položaj opisujeta radij-vektorja $\vec{r}_1$ in $\vec{r}_2$. Med njima deluje centralna sila, katere potencial ima obliko $V(R) = \alpha/R$, kjer je $R = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.

a) Zapišite Lagrangeovo funkcijo za ta sistem!

b) Pokažite, da s prehodom v težiščni koordinatni sistem Lagrangeova funkcija razpade na dva nepovezana dela! Katera dva dela sta to in kaj to pomeni?

c) Iz Lagrangeove funkcije izračunajte ustrezne impulze in zapišite Hamiltonko sistema! Določite morebitne konstante gibanja!

3.21. Obravnavajte gibanje sistema, ki ga opisuje Hamiltonka $H = \dfrac{1}{2}\mu\dot{\vec{R}}^2 - \dfrac{\alpha}{R}$, kjer je $\alpha > 0$.

a) Določite neodvisne koordinate, s katerimi boste opisali sistem! Zapišite Hamiltonko kot funkcijo teh koordinat in pripadajočih impulzov!

b) Zapišite časovni razvoj koordinat in impulzov! Določite morebitne konstante gibanja!

c) Določite efektivni potencial za sistem in ga skicirajte!

d) Obravnavajte različne tipe tirov, ki jih omogoča ta potencial! Določite pogoje, pri katerih so možni različni scenariji!

e) Poiščite analitično rešitev za tir!
Namig: Namesto $R(t)$ določite raje $R(\varphi)$.

3.22. Relativni tir R, $\vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, pri gibanju dveh teles v potencialu oblike $V(R) = -\alpha/R$ in $\alpha > 0$ opiše funkcija

$$R(\varphi) = \frac{a_0}{1 + e\cos\varphi}, \tag{3.4}$$

kjer je $a_0 = p_\varphi^2/(Gm^2M)$ in $e^2 = 2Ep_\varphi^2/(G^2m^3M^2) + 1$; E je energija sistema.

a) Zapišite zgoraj zapisano enačbo relativnega tira v kartezičnih koordinatah! Katero družino krivulj predstavlja? Izpišite vrednost parametrov, ki določajo te krivulje! Kakšen je njihov fizikalni pomen? Od česa so odvisni?

b) Določite tira posameznih masnih teles, če sta njuni masi m_1 in m_2!

c) Narišite relativni tir, ter tira posameznih teles za različne vrednosti ekscentričnosti e =0,1; 0,5; 0,9 in razmerja mas m_1/m_2 =1; 1,5; 15!

3.23. Problem gibanja dveh planetov, gibanje dveh teles v gravitacijskem potencialu in kadar so izpolnjeni pogoji za zaključen tir, imenujemo po njegovem prvem (uspešnem) raziskovalcu *Keplerjev problem.* Friedrich Johannes Kepler (1571–1630) je svoja odkritja združil v nekaj "zakonov", ki jih poznamo pod imenom *Keplerjevi zakoni.* Ponovite jih ob reševanju sledečih nalog!

a) Pokažite, da je relativni tir, pa tudi tira posameznih teles, pri Keplerjevem problemu elipsa! (1. Keplerjev zakon)

b) Pokažite, da je ploščinska hitrost pri Keplerjevem problemu konstantna! (2. Keplerjev zakon) *Namig: Upoštevajte, da je gibanje ravninsko in da je vrtilna količina konstantna.*

c) Pokažite, da je a^3/T^2 konstanta! Tu je a dolžina dolge polosi elipse, T pa obhodni čas. (3. Keplerjev zakon)

d) Pokažite, da sta tako a kot tudi T odvisna le od celotne energije sistema, ne pa tudi njegove vrtilne količine! Kaj to pomeni?

3.24. Nekaj primerov za Keplerjev problem.

a) Kolikšna je hitrost satelita, ki kroži tik nad površjem Zemlje?

b) Kaj je geostacionarni satelit? Določite, pri katerih pogojih ga dobimo!

c) Kolikšna je hitrost, ki jo mora imeti satelit, da ubeži gravitacijskemu polju Zemlje?

d) Ko je planet na razdalji 6,3×10^9 km od Sonca, oklepa njegova hitrost z zveznico obeh teles kot 60°, njena velikost pa je 20 km/s. Kolikšni sta največja in najmanjša razdalja med planetom in Soncem? Masa planeta je 8×10^{20} kg, masa Sonca pa 5×10^{31} kg.

e) Satelit "kroži" okrog Zemlje, ves čas nad ekvatorjem. Ko je nad Brazilijo, se nad mestom Macapá nahaja na višini h in ima hitrost v_0. Na kateri višini in s kolikšno hitrostjo preleti na nasprotni strani Zemlje ležeči indonezijski otok Halmahera?

f) Ko se nahaja asteroid v veliki oddaljenosti od Zemlje, ima hitrost 1 km/s. Če bi potoval vzdolž smeri hitrosti na veliki oddaljenosti, bi "zgrešil" Zemljo za 0,01 AU (1 AU$\approx 150\times 10^6$ km). Na kolikšno razdaljo se bo zaradi gravitacije dejansko približal Zemlji?
Dodatno pojasnilo: Čeprav se asteroidi gibljejo po asteroidnem pasu po zaključenih tirih, v tej nalogi obravnavamo namišljeni asteroid, ki prihaja iz zunanjosti našega osončja, in lahko njegov tir obravnavamo kot odprt.

g) Rešite naloge a)–f) še z uporabo enačbe (3.4) za relativni tir gibanja dveh teles!

3.3 Sipanje in sipalni presek

diferencialni sipalni presek: $\dfrac{d\sigma}{d\Omega} = \dfrac{b\,db}{\sin\vartheta\,d\vartheta}$

totalni sipalni presek: $\sigma = \displaystyle\int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$

oznake:
b ... sipalni (impakt) parameter
ϑ ... sipalni kot

3.25. Izpeljite izraz za diferencialni sipalni presek!

3.26. Težko, trdo, popolnoma prožno kroglo s polmerom R obstreljujemo s curkom majhnih, trdih, popolnoma prožnih kroglic s polmerom $r_0 \ll R$. Curek ima obliko valja s polmerom R_0, njegova dolga os gre skozi težišče krogle. Potencial med tarčo in izstrelki lahko zapišemo v obliki $V(r) = \begin{cases} 0; r > R \\ \infty; r < R \end{cases}$.

a) Določite odvisnost sipalnega kota od sipalnega parametra!

b) Kolikšen je diferencialni sipalni presek? Kako je odvisen od širine curka R_0 napram velikosti krogle R? Komentirajte rezultat!

c) Kolikšen je totalni sipalni presek? Kako je odvisen od širine curka R_0 napram velikosti krogle R? Komentirajte rezultat!

3.27. Lahki izstrelki zadevajo težko tarčo, pri čemer med izstrelki in tarčo deluje potencial oblike $V(r) = \alpha/r$!

a) Za katere vrednosti parametra α pride do sipanja?

b) Določite odvisnost sipalnega kota od sipalnega parametra!

c) Izračunajte diferencialni sipalni presek!

d) Kolikšen je totalni sipalni presek? Komentirajte!

e) Ponovite izračune še z uporabo enačbe (3.4)!

3.28. Opišite sipanje na potencialu oblike $V(r) = \alpha/r^2$!

a) Za katere vrednosti parametra α pride do sipanja?

b) Določite odvisnost sipalnega kota od sipalnega parametra!

c) Izračunajte diferencialni sipalni presek!

d) Kolikšen je totalni sipalni presek? Komentirajte!

3.29. Opišite sipanje na potencialu oblike $V(r) = \dfrac{1}{2}kr^2$!

a) Za katere vrednosti parametra k pride do sipanja?

b) Določite odvisnost sipalnega kota od sipalnega parametra!

c) Izračunajte diferencialni sipalni presek!

d) Kolikšen je totalni sipalni presek? Komentirajte!

3.30. Na ione v vodni raztopini deluje zaradi vpliva snovi tako imenovana zasenčena Coulombska interakcija, $V(r) = \dfrac{\alpha}{r}\,\mathrm{e}^{-r/r_0}$, kjer je r_0 Debyeva oziroma zasenčitvena dolžina. Obravnavajte sipanje ionov pod vplivom te interakcije!

4 Nihanje

4.1 Vsiljeno nihanje

Lagrangeova funkcija ... $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2 + xf(t)$

Euler-Lagrangeova enačba ... $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \dfrac{f(t)}{m}$

uvedba generalizirane koordinate

$$y = \dot{x} - i\omega_0 x$$

$$\dot{y} + i\omega_0 y = \frac{f(t)}{m}$$

$$y(t) = \mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\left(z_0 + \frac{1}{m}\int_0^t f(t')\mathrm{e}^{i\omega_0 t'}\mathrm{d}t'\right)$$

$$x = -\frac{1}{\omega_0}\mathfrak{Im}(y),\ \dot{x} = \mathfrak{Re}(y)$$

4.1. Na nihalo v ravnovesni legi začnemo v določenem trenutku delovati z zunanjo silo $f(t)$. Kako se s časom spreminja odmik nihala od ravnovesne lege za različne tipe časovne odvisnosti sile?

a) $f(t) = f_0$

b) $f(t) = \dfrac{f_0}{\omega_0}\delta(t - t_1)$

c) $f(t) = \begin{cases} f_0\omega_0 t; t < \Delta t \\ 0; t > \Delta t \end{cases}$

d) $f(t) = \begin{cases} f_0\omega_0 t; t < \Delta t \\ f_0\omega_0 \Delta t; t > \Delta t \end{cases}$

e) $f(t) = f_0 \sin \omega t$

f) $f(t) = \begin{cases} -f_0; 2(n-1)t_0 < t < (2n-1)t_0 \\ f_0; (2n-1)t_0 < t < 2nt_0 \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

g) $f(t) = f_0 \mathrm{e}^{-\alpha t}$

4.2. Na nihalo v ravnovesni legi začnemo v določenem trenutku delovati s periodično silo. Nihanje nihala je dušeno.

a) Zapišite enačbo gibanja za to nihalo!

b) Rešite homogeni del enačbe! Kakšno nihanje opisuje? Obravnavajte različne primere!

c) Rešite še nehomogeni del enačbe! Kaj predstavlja ta del? Komentirajte rešitev in obravnavajte različne scenarije!

d) Kaj je resonanca? Pri kateri frekvenci vzbujanja dosežemo resonanco? Od česa je ta frekvenca odvisna in kako?

e) Kako niha vzbujano nihalo napram sili vzbujanja (amplituda, faza)?

f) Kako je z energijo dušenega in kako z energijo vzbujanega dušenega nihala?

g) *V povezavi s to nalogo lahko opravite praktikumsko vajo* A.2.

4.2 Sklopljeno nihanje

Lagrangeova funkcija	...	$L = \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i^2 - V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n)$
Euler-Lagrangeove enačbe	...	$m\ddot{\vec{r}}_i + \nabla_i V = 0, \forall i$
ravnovesna lega, $\vec{r}_{i0}$	...	$\dot{\vec{r}}_i = 0, \forall i \Rightarrow \nabla_i V\|_{\vec{r}_{i0}} = 0, \forall i$
majhni odmiki od $\vec{r}_{i0}$	...	$\vec{r}_i = \vec{r}_{i0} + \vec{\xi}_i$
razvoj potenciala	...	

$$V(\vec{r}_i) = V(\vec{r}_{i0}) + \sum_i \left.\frac{\partial V}{\partial \vec{r}_i}\right|_{\vec{r}_i = \vec{r}_{i0}} \vec{\xi}_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \vec{\xi}_i \frac{\partial^2 V}{\partial \vec{r}_i \partial \vec{r}_j} \vec{\xi}_j + \ldots$$

$$V(\vec{r}_i) = V(\vec{r}_{i0}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \vec{\xi}_i \mathsf{V} \vec{\xi}_j + \ldots$$

4.1. Na strop sta v razmiku d obešeni dve enaki matematični nihali z dolžino l in maso m. Nihali sta na prostem koncu povezani z vzmetjo s prožnostnim koeficientom k. Ravnovesna dolžina vzmeti je d.

a) Določite neodvisne koordinate za opis nihanja sistema nihal in zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

b) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe, jih po potrebi linearizirajte in poiščite njihove rešitve! Kdaj je linearizacija enačb upravičena? Kaj to pomeni fizikalno?

c) Skicirajte lastne načine nihanja danega sistema nihal! Komentirajte posamezne načine!

d) *V povezavi s to nalogo lahko opravite praktikumsko vajo* A.3.

4.2. Na strop je obešeno matematično nihalo (dolga, tanka, lahka prečka z dolžino l_1, na njej pa majhna kroglica z maso m_1), na njegov prosti konec pa še eno matematično nihalo (dolga, tanka, lahka prečka z dolžino l_2, na njej pa majhna kroglica z maso m_2). V približku majhnih nihanj določite lastne nihajne načine in pripadajoče lastne frekvence!

a) Določite neodvisne koordinate za opis nihanja sistema nihal in zapišite pripadajočo Lagrangeovo funkcijo!

b) Zapišite Euler–Lagrangeove enačbe, jih linearizirajte in poiščite njihove rešitve! Kdaj je linearizacija enačb upravičena? Kaj to pomeni fizikalno?

c) Skicirajte lastne načine nihanja danega sistema nihal! Komentirajte posamezne načine!

4.3. Obravnavajte sklopljeno nihanje enodimenzionalne verige N vzmetnih nihal! Posamezno vzmetno nihalo sestavlja kroglica z maso m in vzmet s prožnostnim koeficientom k. V ravnovesni legi so vse vzmeti nenapete. Obravnavajte primere različnih robnih pogojev: (i) prosti končni kroglici, (ii) končni kroglici preko vzmeti pritrjeni na steno, (iii) prva in zadnja kroglica povezani z vzmetjo (periodični robni pogoji)!

a) Določite neodvisne koordinate za opis nihanja verige in zapišite Lagrangeovo funkcijo! V čem se razlikujejo Lagrangeove funkcije za različne primere robnih pogojev?
b) Izračunajte in zapišite matriki kinetične in potencialne energije! Kje se manifestirajo različni robni pogoji?
c) Izpišite splošno enačbo, ki velja za kroglice znotraj verige, in enačbi, ki veljata za krajni kroglici!
d) Poiščite lastne frekvence! Kako so te odvisne od robnih pogojev? Narišite graf odvisnosti ω_n od n!
e) Lastnim frekvencam poiščite pripadajoče lastne vektorje!
f) Preverite rezultate za primere $N = 2, 3, 4$! Skicirajte lastne nihajne načine! Kaj imajo skupnega, po čem se razlikujejo? Kakšen vpliv imajo robni pogoji?

5 Posebna teorija relativnosti

oznake:

kontravariantni vektor četverec	...	$x^a = (x^0, x^1, x^2, x^3)$
kovariantni vektor četverec	...	$x_a = (x^0, -x^1, -x^2, -x^3)$
kovariantno $\leftrightarrow$ kontravariantno	...	$x^a = \eta^{ab} x_b$, $x_a = \eta_{ab} x^b$
skalarni produkt	...	$\|\|x^a\|\|^2 = x^a x_a = \eta_{ab} x^a x^b$
matrika metrike Minkovskega	...	$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lorentzova transformacija	...	$\Lambda^a{}_b = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
krajevni vektor četverec	...	$x^a = (ct, \vec{r})$
vektor četverec gibalne količine	...	$p^a c = (E, \vec{p}c)$
valovni vektor četverec	...	$\hbar k^a c = (\hbar\omega, \hbar\vec{k}c)$
vektor četverec hitrosti	...	$u^a = (\gamma c, \gamma\vec{v})$
sila Minkovskega	...	$F^a = (m\gamma c^2, m\gamma\vec{v}c)$
gibalna enačba	...	$\frac{\mathrm{d}p^a}{\mathrm{d}\tau} = F^a, \tau = t/\gamma$
oziroma	...	$m\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}\tau} = eF^{ab}u_b$
tenzor elektromagnetnega polja	...	

$$F^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1/c & -E_2/c & -E_3/c \\ E_1/c & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2/c & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3/c & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}$$

5.1. Imenujmo opazovalni sistem, v katerem mirujemo, S in označujmo količine, izmerjene v njem, s standardnimi oznakami, to je, $\vec{r}$ za oznako položaja, $\vec{v}$ za hitrost, in podobno. Drugi opazovalni sistem, na primer S', pripnimo na avtomobil, ki se pelje vzdolž naše osi x in s stalno hitrostjo $\vec{v}_{S'}$. Količine, izmerjene v tem sistemu, naj nosijo črtico, na primer $\vec{r}'$, $\vec{v}'$, in podobno. Transformacija fizikalnih količin med opisanima inercialnima koordinatnima sistemoma, ki se gibljeta z majhnimi hitrostmi, se imenuje *Galilejeva transformacija.* Ponovite njene lastnosti s pomočjo sledečih vprašanj!

a) Kako se radij-vektor do nekega telesa, ki ga v sistemu S označuje vektor $\vec{r}$, zapiše v sistemu S'? Zapišite vektorsko enačbo in ustrezno matriko transformacije!

b) Kako se hitrost nekega telesa, ki ga v sistemu S označuje vektor $\vec{v}$, zapiše v sistemu S'? Zapišite vektorsko enačbo in ustrezno matriko transformacije!

c) Kako je s časom v obeh sistemih?

5.2. Pokažite, da $L = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + \beta\vec{v}^4 + \gamma\vec{v}^6 + \ldots$ ni invariantna na Galilejevo transformacijo, če so $\beta, \gamma, \cdots \neq 0$!

5.3. Pokažite, da da Lorentzova transformacija v limiti majhnih hitrosti Galilejevo transformacijo!

5.4. Kako se pri Lorentzovi transformaciji transformirajo odvodi?

5.5. Pokažite, da dajo spodaj zapisane Lagrangeove funkcije enake enačbe gibanja za prost delec!

a) $\mathcal{L} = -mc\sqrt{\bar{x}^a\bar{x}_a}$

b) $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\frac{1}{\eta}\bar{x}^a\bar{x}_a + \eta m^2c^2)$

5.6. Narišite odvisnost parametra γ od hitrosti! Kakšno je funkcijsko obnašanje za majhne hitrosti? Kakšno pa za velike? Koliko je γ za v/c =0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 0,9; 0,99?

5.7. Preverite, da ima relativistični izraz za energijo pravo nerelativistično limito!

5.8. Preverite, da ima relativistični izraz za gibalno količino pravo nerelativistično limito!

5.9. Z upoštevanjem lastnosti vektorjev četvercev, izpeljite relativistično zvezo med energijo in gibalno količino! Kakšna pa je ta zveza nerelativistično? Preverite, da se zvezi skladata v limiti majhnih hitrosti! Kakšna pa je zveza za brezmasne delce?

5.10. Kako se transformira elektromagnetno polje v sistem, ki se od našega oddaljuje s hitrostjo $\vec{v}$?

5.11. Pokažite, da sta $\vec{E} \cdot \vec{B}$ in $\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2$ invarianti glede na Lorentzovo transformacijo!

5.12. V nekem inercialnem sistemu imamo homogeno električno polje z jakostjo E in nanj pravokotno homogeno magnetno polje z gostoto B. Pokažite, da lahko najdemo tak inercialni opazovalni sistem, da je v njem le eno od polj enako nič, razen če je $E = cB$!

5.13. Zapišite Lagrangeovo funkcijo za prosto elektromagnetno polje in pokažite, da je invariantna na Lorentzovo transformacijo!

5.14. Pokažite, da da Lagrangeova funkcija za prosto elektromagnetno polje prave Maxwelove enačbe!

5.1 Kontravariantni in kovariantni vektorji in matrike

5.15. Ob poznavanju kontravariantnega vektorja četverca $x^a = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ izračunajte in zapišite njegovo kovariantno obliko!

5.16. Standardna matrika Lorentzove transformacije (mešana kontra- kovariantna) se zapiše kot

$$\Lambda^a{}_b = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{5.5}$$

a) Izračunajte in zapišite kovariantno obliko Lorentzove transformacije Λ_{ab}!

b) Izračunajte in zapišite kontravariantno obliko Lorentzove transformacije Λ^{ab}!

c) Izračunajte in zapišite mešano ko- kontravariantno obliko Lorentzove transformacije Λ_a^b!

5.2 Relativistična kinematika

5.17. Iz svetila, ki se giblje s hitrostjo v glede na vzporedno zrcalo, pošljemo proti zrcalu svetlobni signal. Ta se od zrcala odbije in pride nazaj do svetila, kjer ga zazna detektor na njem. Koliko časa po oddaji signala je svetilo sprejelo odbiti signal? Kolikšen je ta čas v sistemu zrcala? Pojav imenujemo *dilatacija časa*.

5.18. Mioni se gibljejo s hitrostjo 0,98 c. Lastni razpadni čas miona meri $2{,}2\times10^{-6}$ s.

a) Kolikšen je razpadni čas v letu?

b) Kolikšno razdaljo v povprečju prepotuje mion, preden razpade?

c) Kolikšna je ta razdalja v lastnem sistemu miona?

5.19. Palica z lastno dolžino l se giblje s hitrostjo v glede na opazovalca. Kolikšno dolžino palice nameri le-ta? Pojav imenujemo *kontrakcija dolžin*.

5.20. Opazovalec, ki se giblje glede na palico s hitrostjo 0,8 c, vidi palico pod kotom 30°. Lastna dolžina palice je 1 m.

a) Kolikšno dolžino palice nameri ta opazovalec?

b) Kolikšen je za opazovalca, za katerega palica miruje, kot med smerjo palice in smerjo gibajočega se opazovalca?

5.21. Opazovalec izmeri, da se vesoljsko plovilo glede na njega giblje s hitrostjo v. Kolikšno hitrost plovila izmeri opazovalec, ki se glede na prvega giblje s hitrostjo v_0? Smeri hitrosti plovila in drugega opazovalca so vzporedne.

5.22. Opazovalec vidi dva delca, ki se gibljeta drug proti drugemu s hitrostjo 0,99 c, glede na opazovalca. Kolikšna je hitrost drugega delca glede na prvega? Kolikšna pa hitrost prvega glede na drugega? Kakšen rezultat bi dal nerelativističen opis?

5.23. Vesoljska ladja z dolžino 100 m se giblje mimo Zemlje s hitrostjo 0,5 c. Iz zadnjega krajišča ladje izstrelijo proti sprednjemu kroglo. Opazovalec na Zemlji izmeri, da je hitrost krogle 0,9 c glede na Zemljo. Kolikšen čas potrebuje krogla, da preleti od prvega do zadnjega krajišča ladje, merjeno na ladji? Kolikšen čas pa potrebuje za to pot, merjeno na Zemlji?

5.24. Ko leti vesoljska ladja na poti proti Zemlji s hitrostjo 0,7 c mimo vesoljske postaje, pošlje postaja proti Zemlji radijski signal. Ta doseže Zemljo 2 minuti pozneje.

a) Koliko časa traja pot vesoljske ladje od vesoljske postaje do Zemlje za opazovalca na Zemlji?
b) Koliko časa traja pot vesoljske ladje od vesoljske postaje do Zemlje za moštvo vesoljske ladje?

5.25. Pri izvajanju enajstmetrovke na intergalaktičnem nogometnem prvenstvu leti žoga v vodoravni smeri, natančno proti prečki (enajstmetrovke se izvajajo z razdalje 11 m od gola, ki je širok 7 m), s hitrostjo 0,7 c. V času trajanja leta žoge leti preko igrišča po njegovi dolžini vesoljska novinarska ladja s hitrostjo 0,2 c. Kolikšna je hitrost žoge in njena smer za novinarja na ladji?

5.26. Vesoljska ladja se oddaljuje od Zemlje s hitrostjo 0,8 c. Ko se ladja nahaja v razdalji $6{,}6\times10^8$ km od Zemlje, pošljejo z Zemlje proti njej radijski signal. Po kolikšnem času doseže signal ladjo za opazovalca na Zemlji in za moštvo ladje?

5.27. Prva vesoljska ladja leti z Zemlje proti oddaljeni zvezdi in doseže za opazovalca na Zemlji po 3 mesecih vesoljsko postajo, ki miruje glede na Zemljo na razdalji 0,2 svetlobnega leta. V tem trenutku pošljeno z Zemlje za njo drugo vesoljsko ladjo s hitrostjo 0,98 c. Čez koliko časa se za opazovalca na Zemlji srečata vesoljski ladji? Na kolikšni oddaljenosti od Zemlje pride do srečanja? Koliko kaže takrat ura na drugi vesoljski ladji?

5.28. Za opazovalca na Zemlji leti mimo Zemlje vesoljska ladja s hitrostjo 0,8 c in deset minut kasneje v isti smeri z enako hitrostjo še druga ladja. Druga ladja izstreli za prvo poštno raketo s hitrostjo 0,2 c glede na drugo ladjo. Koliko časa traja potovanje pošte od druge do prve ladje za opazovalca na Zemlji in koliko časa za opazovalca na drugi oziroma na prvi ladji?

5.29. Ob startu z Zemlje odda vesoljska ladja radijski signal proti 4 svetlobna leta oddaljeni vesoljski postaji, kamor je namenjena. Signal se od postaje odbije in vesoljska ladja ga sprejme po 6 tednih, merjeno po uri na ladji. Kako hitro leti ladja? V kolikšnem času, po ladijski uri, doseže ladja vesoljsko postajo?

5.30. Vesoljska ladja, ki se s hitrostjo 0,6 c približuje Zemlji, odda radijski signal. Signal se na Zemlji odbije in vesoljska ladja ga sprejme čez 14 dni, merjeno po uri na ladji. Kako daleč od Zemlje je bila ladja, ko je oddala signal? Koliko časa preteče na Zemlji od trenutka, ko sprejme Zemlja signal z ladje, do trenutka, ko zleti ladja mimo Zemlje?

5.31. Potnik na vesoljski ladji naravna uro po uri na Zemlji, ko se giblje mimo nje s hitrostjo 0,4 c. Potnajst minut pozneje se sreča z drugo vesoljsko ladjo, ki se zanj giblje proti Zemlji s hitrostjo 0,6 c. Koliko časa preteče med srečanjem s prvo in z drugo ladjo za opazovalca na Zemlji?

5.32. Vesoljska ladja z dolžino 50 m leti s hitrostjo 0,6 c skozi vesoljsko postajo z lastno dolžino 200 m. Koliko časa traja let vesoljske ladje skozi vesoljsko postajo za postajenačelnika in koliko za potnika? Let ladje *skozi* postajo štejemo od trenutka, ko doseže konica ladje vhod, do trenutka, ko zapusti rep ladje izhod postaje.

5.33. Za opazovalca v galaksiji se oddaljuje prva galaksija s hitrostjo 0,6 c , druga galaksija pa s hitrostjo 0,7 c v nasprotni smeri. S kolikšno hitrostjo se za opazovalca v prvi galaksiji oddaljuje druga galaksija?

5.34. Prva vesoljska ladja leti mimo Zemlje s hitrostjo 0,6 c, druga pa v isti smeri s hitrostjo 0,9 c. Kolikšni so časi prehitevanja obeh ladij za potnika na prvi in drugi ladji ter za opazovalca na Zemlji? Vsaka od ladij je v lastnem sistemu dolga 50 m.

5.35. Prva vesoljska ladja se oddaljuje od Zemlje s hitrostjo 0,8 c, druga pa leti v isti smeri s hitrostjo 0,9 c. Kolikšna je hitrost druge ladje za potnika v prvi in kolikšna je hitrost prve za potnika na drugi?

5.3 Relativistična dinamika

masa elektrona	...	0,5 MeV/c^2
masa pozitrona	...	0,5 MeV/c^2
masa protona	...	940 MeV/c^2
masa piona	...	140 MeV/c^2
hitrost svetlobe	...	3×10^8 m/s
enota za energijo	...	1eV=$1{,}6\times10^{-19}$ J

5.36. Kolikšna je hitrost delca, če je razmerje med relativistično kinetično energijo delca in kinetično energijo, ki bi jo imel po nerelativistični mehaniki, enako 1,01 ali 1,1 ali 5?

5.37. Kolikšna je kinetična energija protona, katerega gibalna količina je 800 MeV/c^2?

5.38. V pospeševalniku dobimo protone s kinetično energijo 6000 MeV. Za koliko kilometrov na sekundo je njihova hitrost različna od svetlobne?

5.39. Iz curka nabitih delcev, ki nastanejo v tarči pospeševalnika, izločijo curek nabitih pionov s kinetično energijo 200 MeV. Skozi prvi števec gre 10^6 pionov na sekundo. Koliko pionov na sekundo gre skozi drugi števec, ki je v smeri toka oddaljen od prvega za 5 m? Oba števca zajameta vse pione v curku. Lastni razpadni čas nabitih pionov je $2{,}6\times10^{-8}$ s.

5.40. Tok protonov 5×10^{13} s^{-1} s kinetično energijo 900 MeV se zaustavlja v tarči. Kolikšna moč se rabi v tarči in s kolikšno silo deluje curek na tarčo?

5.41. Fotonsko raketo poganja nasprotna sila curka svetlobe. Kolikšno hitrost doseže raketa v opazovalnem sistemu, v katerem je v začetku mirovala, ko je izsevala polovico začetne lastne mase?

5.42. Elektron s kinetično energijo 20 MeV prožno trči z mirujočim elektronom. Pod kolikšnim najmanjšim kotom lahko odletita elektrona po trku?

5.43. Proton, katerega kinetična energija je enaka njegovi mirovni energiji, prožno trči z mirujočim protonom in odleti pod kotom 30° glede na vpadno smer. Kolikšna je kinetična energija drugega protona po trku?

5.44. Proton s kinetično energijo 1 GeV prožno trči z mirujočim protonom v vodikovi mehurčni celici. Kolikšen je kot med protonskima sledema po trku, če ima eden izmed protonov polovico kinetične energije vpadnega protona?

5.45. Radioaktivni natrij razpada z beta razpadom,

$$\mathrm{Na}^{22} \longrightarrow \mathrm{Ne}^{22} + \beta^+ + \nu_e,$$

kjer je $\beta^+ =\mathrm{e}^+$ pozitron, ν_e pa elektronski nevtrino. Nastali pozitron se anihilira z elektronom, pri čemer nastaneta dva fotona, $e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$. Kolikšni sta energiji nastalih fotonov in pod kakšnim kotom odletita? Privzemite, da sta pozitron in elektron pred anihilacijo mirovala.
V povezavi s to nalogo lahko opravite praktikumsko vajo A.6.

5.46. Iz pospeševalnika izhajajo pozitroni s kinetično energijo T in trkajo v mirujoče elektrone, pri čemer pride do anihilacije,

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma.$$

Po trku zaznamo foton pod kotom ϑ_1 glede na vpadno smer protonov.

a) Kolikšna je energija zaznanega fotona? Pod katerim kotom zaznamo drugi foton? Kolikšna je njegova energija?

b) Narišite kotno odvisnost količin iz prejšnjega vprašanja za različne vrednosti kinetične energije, $T/mc^2 = 1/100, 1, 100$.

c) Za $T = 20$ MeV izračunajte energiji fotonov, ki odletita en v prvotni smeri gibanja pozitrona, drugi pa v nasprotni smeri.

d) Pod kolikšnim kotom odletita fotona, ki imata enako energijo?

5.47. Pokažite, da prosti elektron ne more izsevati fotona!

5.48. Nevtralni poin s kinetično energijo 6 GeV razpade na dva fotona. Kolikšna je energija fotona, ki odleti v smeri piona, in kolikšna drugega fotona, ki odleti v nasprotni smeri? Kolikšna pa je energija vsakega od obeh fotonov, če odletita simetrično glede na smer piona? Pod kolikšnim kotom glede na smer gibanja piona odletita?

5.49. Pri neki jedrski reakciji se hitri proton s kinetično energijo 6 GeV zaleti proton, ki miruje v tarči. Kolikšen del energije, ki jo ima hitri proton, se lahko porabi za nastanek novih delcev?

5.50. Foton z energijo E'_γ trči v mirujoč elektron. Kolikšna je energija novega fotona, ki odleti pod kotom φ glede na vpadno smer? Kolikšna pa je hitrost odrivnega elektrona? V katero smer odleti? Narišite kotne odvisnosti zgornjih količin za E'_γ/mc^2 =1,1; 2; 10! Kdaj je energija odrivnega elektrona največja? Kolikšna je? Pojav imenujemo *Comptonov pojav.*

5.51. Foton z energijo, ki je veliko večja od lastne energije elektrona, trči z mirujočim elektronom. Kolikšna je lahko največ energija odrivnega elektrona?

5.52. Kolikšna mora biti vsaj kinetična energija elektrona, ki se zaleti v drug mirujoči elektron, da lahko nastane dodatni par elektron-pozitron?

5.53. Pri trku fotona z elektronom nastane par elektron-pozitron,

$$\gamma + e^- \to e^- + (e^- + e^+).$$

Kolikšna mora najmanj biti energija fotona, da je reakcija mogoča?

5.54. Pozitron z energijo 500 keV se anihilira z mirujočim elektronom. Nastala fotona odletita v smeri gibanja pozitrona in v nasprotni smeri. Kolikšni sta energiji fotonov?

5.55. V homogeno električno polje $\vec{E} = (E_0, 0, 0)$ postavimo mirujoč delec z maso m in z nabojem e. Kolikšna je hitrost delca, ko prepotuje pot s? Kako pa se pot in hitrost spreminjata s časom? Računajte relativistično! Za primerjavo obravnavajte problem še nerelativistično! Narišite rezultate za posamezne količine v okviru relativistične in nerelativistične obravnave na skupen graf! Premislite, ali vaše predstave ustrezajo rezultatom!

5.56. Elektron se giblje v homogenem električnem polju z jakostjo 1,75 kV/m. Kolikšna je njegova hitrost po 1 μs, če na začetku miruje? Kolikšno pot opravi pri tem? Kolikšna je naposled njegova kinetična energija?

5.57. Elektron pospešimo v vakuumu z elektročnim poljem, ki ima jakost 10^6 V/m. Kolikšno pot v smeri polja opravi elektron, ki je sprva miroval, preden doseže 80 % svetlobne hitrosti? V kolikšnem času opravi to pot?

5.58. Elektron, ki ga je pospešila napetost 100 kV, prileti v prečno homogeno magnetno polje z jakostjo 1 kV/m. Kako hitro se giblje elektron po 30 ns in kolikšen je tedaj njegov odmik od prvotne smeri?

5.59. V homogeno magnetno polje z gostoto B_0 prileti v prečni smeri nabit delec z maso m in s hitrostjo v_0. Kakšno je za tem njegovo gibanje? Kako se s časom spreminja njegova hitrost? Kako se s časom spreminja pot, ki jo opravi? Za primerjavo obravnavajte problem še nerelativistično!

5.60. Negativni pioni se gibljejo v prečnem homogenem magnetnem polju z gostoto 0,5 T po krogu s polmerom 3 m. Kolikšno pot naredijo v povprečju, preden razpadejo? Lastni razpadni čas pionov je $2{,}6\times10^{-8}$ s.

5.61. Elektron, ki sprva miruje, pospeši napetost 10^6 V. Nato prileti v prečno homogeno magnetno polje z gostoto 0,048 T tako, da zaokroži pravokotno na silnice. Kolikšen je premer tira?

5.62. V homogeno električno in magnetno polje, $\vec{E} = (E_0, 0, 0)$ in $\vec{B} = (0, 0, B_0)$, postavimo mirujoč delec z maso m in z nabojem e. V okviru relativistične fizike:

a) Določite trajektorijo delca in jo narišite!

b) Kako se s časom spreminja kinetična energija delca?

5.63. Elektron prileti s hitrostjo 2×10^8 m/s v električno in magnetno polje. Silnice električnega polja z jakostjo 10^8 V/m so za 30° nagnjene proti smeri hitrosti elektrona, silnice magnetnega polja z gostoto 1 T pa so pravokotne na ravnino hitrosti in električnega polja. Izračunajte velikost in smer trirazsežnega vektorja sile na elektron v trenutku, ko prileti v prostor z električnim in magnetnim poljem! Izračunajte velikost trirazsežnega vektorja pospeška elektrona in določite njegovo smer glede na smer hitrosti!

5.64. V kolikšnem času doseže elektron, ki je sprva miroval, v homogenem električnem polju z jakostjo 1000 V/cm hitrost 0,9 c?

5.65. V CERNu pri Ženevi je delovala velika evropska mehurčna celica, v kateri je bilo magnetno polje z gostoto 3,5 T in je bil premer vidnega polja 3,7 m. Kolikšna bi bila kinetična energija protona z največjo merljivo gibalno količino, če bi na 3,7 m dolgem tiru lahko ugotovili še odmik za 0,1 mm od premice?

5.66. Iz inercialnega sistema oddamo proti drugemu, ki se oddaljuje od prvega s hitrostjo v, pod kotom φ radijski signal s frekvenco ν. Zapišite valovni vektor četverec v obeh sistemih! Kolikšna je frekvenca signala, ki ga zazna opazovalec v drugem sistemu? Pod kolikšnim kotom ga zazna? Pojav imenujemo *relativistični Dopplerjev pojav*. Za primerjavo obravnavajte problem še nerelativistično! Kakšen je v obeh primerih rezultat, če se "giblje prvi sistem in miruje drugi"?

5.67. Vesoljska ladja se približuje Zemlji. Proti njej pošljejo radarski signal s frekvenco 10 GHz. Odbiti signal ima frekvenco 15 GHz. Kolikšna je hitrost ladje glede na Zemljo?

5.68. Vesoljska ladja se približuje Zemlji s hitrostjo 0,6 c pod kotom 30° glede na zveznico z radijskim oddajnikom na Zemlji. Kolikšno frekvenco izmeri in pod kolikšnim kotom sprejema signale opazovalec na ladji? Oddajnik na Zemlji deluje s frekvenco 100 MHz.

5.69. V laboratorijskem sistemu miruje vir svetlobe, vodikov atom pa se giblje s hitrostjo 3000 km/s. V težiščnem sistemu, v katerem miruje, absorbira atom foton z energijo 1,02 eV, ki prileti pod kotom 60° glede na smer gibanja atoma. Kolikšna je v laboratorijskem sistemu frekvenca svetlobe, ki jo absorbira atom? Kolikšen je v tem sistemu kot med smerjo gibanja atoma in smerjo fotona?

6 Elektromagnetno polje

Maxwelove enačbe
$\ldots \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$
$\ldots \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$
$\ldots \quad \nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$
$\ldots \quad \nabla \cdot \vec{E} = 0$

6.1. Električno in magnetno polje lahko zapišemo tudi s potencialom, $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ in $\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, kjer je $\vec{A}$ vektorski in φ skalarni potencial.

a) Pokažite, da zapisani polji v potencialni obliki zadoščata Maxwelovim enačbam!

b) Pokažite, da sta pri danih potencialih $\vec{A}$ in φ električno in magnetno polje točno določena!

c) Pokažite, da dani električno oziroma magnetno polje $\vec{E}$ oziroma $\vec{B}$ ne določata enolično potencialov $\vec{A}$ in φ!

6.2. Iz Maxwelovih enačb zapišite enačbi, ki določata vektorski potencial $\vec{A}$ in skalarni potencial φ!

6.3. Z upoštevanjem nedoločenosti potencialov z ustreznimi polji, določite Lorentzovo umeritev!

6.4. Zapišite potencial gruče točkastih nabojev v točki $\vec{r}$ od središča gruče!

6.5. Razvijte potencial gruče točkastih nabojev po multipolih!

6.6. Zapišite potencial, ki ga v točki $\vec{r}$ od središča povzroča zvezna porazdelitev naboja $\rho(\vec{r})$!

6.7. Razvijte potencial zvezne porazdelitve naboja po multipolih!

6.8. Zapišite monopolni prispevek k potencialu in izračunajte pripadajoče električno polje!

6.9. Zapišite dipolni prispevek k potencialu in izračunajte pripadajoče električno polje!

6.10. Zapišite kvadrupolni prispevek k potencialu in izračunajte pripadajoče električno polje!

6.11. Homogeno dielektrično kroglo postavimo v homogeno zunanje električno polje. Izračunajte, kakšen je za tem potencial in kakšno električno polje! Določite efektivni naboj, dipolni, kvadrupolni,... moment!

6.12. V homogeno električno polje damo prevodno kroglo. Izračunajte, kakšen je za tem potencial in kakšno električno polje! Določite efektivni naboj, dipolni, kvadrupolni,... moment!

A Praktikum

Pokazalo se je, da študenti pri pouku fizike pogrešate stik s fiziko v laboratoriju, v naravi; če je omogočen ta, dobi reševanje enačb popolnoma nov smisel, vi pa nov zagon. Na Fakulteti za matematiko in fiziko imamo kar nekaj fizikalnih laboratorijev, kjer lahko vaši želji ugodimo. V pričujočem poglavju je predstavljenih nekaj praktikumskih vaj, ki si jih lahko skupaj ogledamo in vsaj v določeni meri tudi izvedemo. Obisk in izvedba vaj je prostovoljna, kljub temu pa od prisotnih pričakujem določen nivo resnosti pri pripravi, predstavitvi in sami izvedbi.

A.1 Nihanje težnega nihala

Nihajni čas *matematičnega nihala*, to je točkastega masnega telesa na brezmasni nitki z dolžino l, ki niha nedušeno, z "ničelno" amplitudo in v gravitacijskem polju s težnim pospeškom g, je

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Z merjenjem nihajnega časa lahko torej merimo težni pospešek. Vendar matematičnega nihala ne moremo narediti, lahko se mu le približamo, tako da so odmiki od zgornje formule čim manjši.

Popravki:

1. Končna amplituda matematičnega nihala prispeva

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2(\alpha/2) + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \sin^4(\alpha/2) + \dots\right].$$

2. Realno "matematično" nihalo je v resnici vedno *težno*, saj masno telo ni točkasto, ampak je ponavadi krogla s polmerom $r < l$, in visi na žici, ki ima od nič različno maso m_z. Pri majhnih amplitudah ima togo težno nihalo lastni nihajni čas $t_0 = 2\pi\sqrt{J/mgl^*}$, kjer je J vztrajnostni moment nihala, m njegova masa in l^* oddaljenost težišča nihala od osi. V približku $r \ll l$ in $m_z \ll m$ je nihajni čas za nihanje pri zelo majhnih amplitudah do prvega neničelnega reda v majhnih količinah

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left[1 - \frac{1}{6}\frac{m_z}{m} + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right]}.$$

3. Zaradi vzgona je nihajni čas večji za faktor

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,\frac{1}{(1 - \rho_{zr}/\rho_k)},$$

kjer sta ρ_{zr} in ρ_k gostoti zraka, v katerem niha nihalo, in krogle.

4. Na nihajni čas vplivajo še dušenje nihala, nihanje zraka okrog krogle, mehanične napake nihala,... Popravki zaradi slednjih so pri dobrem nihalu manjši, kot ostali prispevki.

Priprava:

1. Izpeljite popravke iz točk 1–3!
2. Zapišite zvezo med težnim pospeškom in nihajnim časom, upoštevajoč popravke iz točk 1–3 in ustrezne približke!
3. Ocenite velikost posameznih členov!
4. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej pripravite na izvedbo vaje!
`http://www.fiz.uni-lj.si/~stipe/sola/praktikum_i/vaja15.pdf`

Naloga:

1. Natančno izmerite dolžino nihala in polmer krogle!
2. Z merjenjem nihajnega časa določite težni pospešek g na vsaj 0,1 % natančno!

V premislek:

1. Kako boste čim bolj natančno izmerili dolžino nihala?
2. Polmer krogle boste najbolj natančno izmerili s *tripodom.* Premislite, na katerem principu deluje, in preračunajte zvezo med pogrezom gibljive nogice in polmerom krogle! Fiksne nogice tripoda so razvrščene v ogljišča enakostraničnega trikotnika z znano dolžino stranice (izmerite jo s kljunastim merilom!), pogrezljiva pa je v težišču trikotnika.

A.2 Vsiljeno nihanje

Nihanje nihal je v praksi obremenjeno z dušenjem. To spremeni frekvenco nihanja, predvsem pa se s časom izgublja energija, kar opazimo kot zmanjšano amplitudo nihanja. Tipični čas, s katerim nihanje zamira, je povezan s koeficientom dušenja β, $\tau = 1/\beta$.

Zamiranje nihanja preprečimo s stalnim dovajanjem energije, ko nihalo periodično vzbujamo. Tako nihanje imenujemo *vzbujeno nihanje*. Za čase, mnogo večje od značilnega časa dušenja, $t \gg \tau$, niha vzbujano nihalo le še pod vplivom vzbujevalnega nihanja, to je, s frekvenco vzbujanja, amplitudo, ki je odvisna od amplitude vzbujanja in njene frekvence ter s faznim zamikom glede na vzbujanje.

Priprava:

1. Če še niste, rešite nalogo 4.1/2!
2. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej pripravite na izvedbo vaje!
   `http://www.fiz.uni-lj.si/~stipe/sola/praktikum_i/vaja43.pdf`

Naloga:

1. Opazujte dušeno nihanje nihala, ki je prepuščeno samo sebi! Izmerite frekvenco nihanja! Narišite, kako se s časom spreminja amplituda! Določite koeficient dušenja! Izračunajte lastno frekvenco nihala!
2. Opazujte vsiljeno nihanje nihala pri dveh različnih vrednostih koeficienta dušenja!
   a) Izmerite in narišite resonančno krivuljo!
   b) Izmerite in narišite, kako se s frekvenco vzbujanja spreminja fazni zamik med vzbujanjem in nihanjem vzbujenega nihala!
   c) Poiščite resonanco! Pri kateri frekvenci nastopi? Kolikšna je takrat amplituda nihala? Kolikšen je fazni zamik?

V premislek:

1. Kako boste čim bolj natančno izmerili koeficient dušenja? Katere napake obremenjujejo vašo meritev? Kako zmanjšate katero od teh?
2. Katere napake in kako obremenjujejo vaš izračun za lastno frekvenco nihala?
3. Z uporabo podakov iz prvega dela naloge narišite računsko določeno obliko resonančne krivulje. Kakšno je ujemanje med izmerjeno in izračunano krivuljo? Kje pride do največjih odstopanj in zakaj?
4. Kaj se dogaja z energijo nihala pri vzbujenem nihanju?

A.3 Sklopljeno nihanje

Imejmo dve enaki nihali. Dokler ju ne povežemo, nihata neodvisno eno od drugega, a z enakima nihajnima časoma. Ko nihali sklopimo, v našem primeru povežemo z vzmetjo, njuno nihanje ni več neodvisno. Nihanje enega nihala namreč preko natezanja/krčenja vzmeti povzroča navor na drugo in s tem vpliva na njegovo nihanje.

Pri splošnem nihanju dveh povezanih nihal se energija nihanja z enega prenaša na drugega. Razlikujemo dva posebna nihajna načina, pri katerih se energija posameznega nihala bodisi ohranja, ali pa kvečejmu izmenjuje z vzmetjo, ki nihali sklaplja. Ta posebna nihajna načina imenujemo *lastna* ter predstavljata kompleten sistem, s katerim lahko opišemo katero koli splošno nihanje sistema. (Sistem N sklopljenih nihal ima N lastnih nihajnih načinov, ki predstavljajo kompleten sistem.) Teoretični del reševanja problema že poznamo, zdaj pa si bomo pojav ogledali še v praksi.

Priprava:

1. Če še niste, rešite nalogo 4.2/1!

2. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej pripravite na izvedbo vaje!
   `http://www.fiz.uni-lj.si/~stipe/sola/praktikum_i/vaja32.pdf`

Naloga:

1. Izmerite nihajna časa posameznih nesklopljenih nihal! Če je potrebno, s premikanjem uteži poskrbite, da bosta nihali *enaki*.

2. Vzbudite lastna nihajna načina sklopljenega nihala in izmerite pripadajoča nihajna časa!

3. Zadržite eno nihalo v ravnovesni legi, drugega pa odklonite za majhen kot. Nato obe nihali hkrati spustite. Kakšno nihanje dobite? Izmerite značilna nihajna časa!

V premislek:

1. Računsko je nihajni čas nihala točno določen. Kako pa je z nihajnim časom, ki ste ga izmerili v več ponovljenih poskusih? Kaj vse so vzroki za razlike, to je napako pri meritvi? Kako lahko te napake odpravimo, ali jih vsaj čim bolj zmanjšamo?

2. Primerjajte izmerjene rezultate z računsko dobljenimi!

A.4 Merjenje težnega pospeška

Na telo z maso m deluje v gravitacijskem polju (Zemlje) teža, ki je sorazmerna z maso

$$F = mg.$$

Sorazmernostni koeficient je težni pospešek. Če na telo ne delujejo druge zunanje sile, le-to pada enakomerno pospešeno s pospeškom g. Pot, ki jo opravi v času t, opiše funkcijska odvisnost

$$s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t,$$

če se je telo ob začetku gibalo s hitrostjo v_0.

Priprava:

1. Po potrebi ponovite teoretični opis enakomerno pospešenega gibanja! (Z Newtonovim in Lagrangeovim formalizmom.)
2. Pozorno spremljajte dogajanje pri predmetu *Verjetnost*! Preverite svoje razumevanje pojmov kot so naključne spremenljivke, porazdelitev, momenti,...!
3. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej pripravite na izvedbo vaje!
   `http://www.fiz.uni-lj.si/~stipe/sola/praktikum_i/vaja10.pdf`

Naloga:

1. Preverite, da je prosto padanje enakomerno pospešeno gibanje!
2. Pri stalni razdalji med stikaloma ure vsaj 50 krat izmerite čas padanja kroglice. Preverite, ali je porazdelitev izmerjenih časov Gaussova! Določite ustrezne parametre porazdelitve!

V premislek:

1. Katere parametre boste spreminjali pri preverjanju zveze za enakomerno pospešeno gibanje, da bo vaša meritev čim bolj natančna?
2. Kaj vse so možni viri napak pri dani meritvi? Poskusite čim bolj odpraviti tiste, ki jih lahko! Na katere vire napak ne morete vplivati? Kakšen je vpliv posamezne vrste napak na porazdelitev izmerjenih časov?
3. Kako na "izgled" porazdelitve vpliva razdelitev časove osi na intervale? Kaj se zgodi, če je intervalov premalo/preveč? Določite čim bolj optimalno razdelitev!

A.5 Fotoefekt

Fotoefekt je pojav, ko iz površine kovine, ki jo obsevamo z elektromagnetnim valovanjem, izletavajo elektroni, če je le frekvenca valovanja dovolj velika. Energija izstopajočih elektronov je sorazmerna frekvenci valovanja in je neodvisna od intenzitete svetlobnega toka. Pojav je dokaz za *delčno naravo svetlobe*, to je, svetlobo "sestavljajo" delci oziroma *kvanti* energije, ki jih imenujemo *fotoni*. Po klasičnem pojmovanju svetlobe kot valovanja, bi namreč do pojava moralo priti ob vsaki frekvenci in intenziteti, če bi kovino le dovolj dolgo izpostavljali valovanju.

Pojav pojasnimo takole. Elektroni so v kovini vezani in jo zapustijo le, če jim dovedemo energijo, ki je enaka ali večja od njihove vezavne energije. Delo, ki ga morajo elektroni opraviti, da izstopijo iz kovine, torej energija, ki jo potrebujejo za to, se imenuje *izstopno delo*, A_i. Elektron, ki zajame foton svetlobe s frekvenco ν, prejme energijo $h\nu$, kjer je h Planckova konstanta. Če je ta energija večja od izstopnega dela, bo elektron kovino zapustil, in imel ob tem še kinetično energijo

$$W_k = h\nu - A_i. \tag{A.6}$$

Pri večini kovin znaša izstopno delo nekaj elektronvoltov (eV). V tem velikostnem redu je tudi energija vidne svetlobe.

Enačba (A.6) velja le za elektrone s površja kovine; tisti iz notranjosti zaradi trkov izgubijo nekaj energije na poti do površja. Fotoefekt bomo opazovali s *fotocelico*. Svetloba pada na katodo, ki je kovinska ploščica, in iz nje izbija elektrone. Ti nato potujejo proti anodi in skozi fotocelico je stekel tok. Elektroni dosežejo anodo tudi, če je med katodo in anodo majhna *zaporna napetost*, to je napetost v smeri, ki elektrone zavira na njihovi poti. Tok poneha šele, ko je zaporna napetost dovolj velika, da zadrži tudi elektrone z največjo kinetično energijo. Tedaj velja enačba

$$eU_z = W_k = h\nu - A_i. \tag{A.7}$$

Priprava:

1. Ponovite, kar veste (naj bi vedeli) o svetlobi v okviru klasičnega opisa! Kaj je bela svetloba? Kaj je mavrica? Kolikšne so valovne dolžine vidne svetlobe?

2. Dobro si preberite zgornji kratek zapis o fotoefektu in premislite, od kod enačbi (A.6) in (A.7)! Po potrebi si oglejte še kakšno dodatno literaturo.

3. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej pripravite na izvedbo vaje!
   `http://www.fiz.uni-lj.si/~stipe/sola/praktikum_i/vaja68.pdf`

Naloga:

1. S pomočjo fotocelice, izvora svetlobe in različnih filtrov preverite linearno zvezo med frekvenco svetlobe in energijo pripadajočega fotona!

2. Določite Planckovo konstanto in izstopno delo!

V premislek:

1. Pri poskusu (bo)ste uporabili štiri filtre, ki bodo iz belega spektra izločili svetlobo določenih valovnih dolžin. Kakšna je zveza med valovno dolžino in frekvenco svetlobe? Izračunajte frekvence za primere iz poskusa: 578 nm, 546 nm, 436 nm in 369 nm. Katera valovna dolžina ustreza kateri od sledečih barv: rumena, zelena, modra in UV? Kolikšne so pripadajoče energije fotonov?

2. Meritev (bo)ste opravili s svetlobo štirih različnih valovnih dolžin. Kako boste čez štiri merske točke v diagramu frekvenca–zaporna napetost potegnili najbolj ustrezno premico? Ali je metoda najmanjših kvadratov najbolj ustrezna? Ali opazite kakšen dodaten trend, ki se razlikuje od tistega pri linearni odvisnosti? Če da, zakaj?

3. Ali ima intenziteta svetlobe kakšen vpliv na potek poskusa? Zakaj?

4. Ali veste, kje v fiziki še srečamo Planckovo konstanto?

A.6 Koincidenca γ žarkov pri anihilaciji $e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$

Pozitron e^+ se pri srečanju s svojim antidelcem elektronom e^- anihilira, to je, njuna masa izgine na račun energije, ki se sprosti ob tem. Zaradi ohranitve gibalne količine, se energija ne more sprostiti v enem "paketu", ampak nastaneta dva fotona (po vrednosti njune energije se uvrščata med γ *žarke*). Za popolnost informacije povejmo še, da pri majhnem številu srečanj pozitrona z elektronom nastanejo celo trije fotoni, a obsežnejša razlaga pojava že močno presega okvir tega predmeta. Zainteresirani boste nekaj več izvedeli ob prebiranju "uradnega" navodila za vajo (glejte povezavo pod točko 2 v razdelku *Priprava*), po potrebi pa lahko priporočim še kakšno dodatno literaturo.

Fotona, ki nastaneta ob anihilaciji, odletita v težiščnem sistemu v nasprotni smeri, pri čemer so vse smeri v prostoru enakovredne. V primeru, ko je skupna gibalna količina delcev enaka nič, laboratorisjki sistem sovpada s težiščnim in velja zgoraj zapisano tudi za laboratorijski sistem. V pričujoči praktikumski vaji bomo preverili tako enakovrednost smeri v prostoru kot tudi sočasnost nastanka dveh fotonov ob anihilaciji.

Priprava:

1. Če še niste, rešite nalogo 5.3/45!

2. S pomočjo navodil na spletu, se vnaprej seznanite z izvedbo vaje! Upoštevajte, da so navodila namenjena študentom tretjega leta fizike in vam bodo zato na določenih delih lahko nerazumljiva. Poleg tega naš poudarek ne bo na sestavljanju detektorja, ampak se bomo osredotočili na vprašanje smeri in sočasnosti. `http://www-f9.ijs.si/~rok/sola/praktikum3/kotna_korelacija_gama.pdf`

Naloga:

1. Preverite, da so pri anihilaciji pozitrona, ki je nastal pri β^+ razpadu ^{22}Na, in "mirujočega" elektrona za nastala fotona vse smeri v prostoru enakovredne!

2. Izmerite kotno korelacijo anihilacijskih žarkov γ!

V premislek:

1. Kakšno funkcijsko obliko kotne odvisnosti pričakujete? Zakaj?

2. S čim lahko vplivate na širino vrha krivulje kotne odvisnosti?

B Ogledi

V drugem semestru bomo pri poglavju posebne teorije relativnosti spoznali nekatere nove pojme, poglede, pa tudi fizikalne pojave. O nekaterih sicer že kaj veste, a morda bolj na *znanstveno fantastični* ravni, kot pa iz fizikalnega zornega kota. Zaradi pojavljanja v javnosti pritegnejo verjetno največjo pozornost hitri delci – za te si lažje kot za "vesoljske" potnike "predstavljamo", da se gibljejo s hitrostjo blizu svetlobne – in jedrske reakcije. Poskusov na teh področjih sami ne bomo mogli izvajati, lahko pa si od blizu ogledamo nekatere naprave, v katerih se dogajajo pojavi, ki jih sicer iz razumljivih razlogov ne bomo videli, in povprašamo strokovnjake, ki nam bodo radi odgovorili na naša vprašanja.

B.1 Tandentron na IJS v Podgorici

Na Institutu Jožef Stefan (IJS) imajo na odseku za fiziko nizkih in srednjih energij (F2) linearni pospeševalnik. Uporabljajo ga v raziskovalne in meritveno preiskovalne namene. Po vnaprejšnjem dogovoru je možen voden ogled, na katerem si bomo ogledali pospeševalnik ter merilne naprave, ki so postavljene v isti hali.

Priprava: Na morebitni ogled se bomo pripravili v okviru predvidenega programa, to je s študijem (hitrih) nabitih delcev v električnem in magnetnem polju. Če še niste, rešite nalogi 5/55 in 5/59.
Ugotovite, koliko že veste o pospeševalnikih, ob odgovorjanju na vprašanja pod razdelkom *V premislek*.

V premislek:

1. Ali lahko pospeševalnik na principu elektromagnetne interakcije pospešuje tudi nenabite delce?

2. S čim je določena "zmogljivost" pospeševalnika, to je, do katere energije lahko pospeši nabite delce?

3. Kaj potrebujemo za postavitev linearnega in kaj za postavitev krožnega pospeševalnika? Kakšna je razlika med obema? Kakšne dodatne funkcije ima krožni pospeševalnik?

4. Koliko linearnih pospeševalnikov imamo v Sloveniji? Kje in kakšna je njihova funkcija?

5. Kje se nahaja nam najbližji krožni pospeševalnik? Kako velik je?

6. Za kaj se pospeševalniki uporabljajo v raziskovalne namene? Ste v zadnjem času zasledili kakšne s pospeševalniki povezane novice?

B.2 Nuklearna elektrarna Krško

Debate o varnosti jedrskih elektrarn niso redkost, zato pa je večja redkost objektivno in strokovno podajanje informacij o prednostih in slabostih le-teh, o varnostnih ukrepih, delu in upravljanju,... Priporočam ogled in pridobitev informacije iz prve roke vsaj "enkrat v življenju". Prednost ogleda v skupini je, da si bomo tako dejansko lahko od blizu ogledali nekatere nejedrske dele elektrarne, ki se jih sicer vidi le na predstavitvenem filmu. Dolžina ogleda je precej odvisna od našega zanimanja in količine vprašanj, na katera bodo, po izkušnjah, v elektrarni radi odgovorili različni strokovnjaki.

Priprava: Na morebitni ogled se bomo pripravili deloma v okviru predvidenega programa, deloma pa ga bomo, predvsem na predavanjih (kakšna ura), dopolnili z najnujnejšim znanjem.
Spremljajte morebitne debate glede jedrske energije, jedrske varnosti in jedrskih elektrarn ter poročila o delovanju NEK.

V premislek:

1. Se vam zdi, da veste dovolj o delovanju, upravljanju, varnostnih ukrepih v zvezi z jedrskimi elektrarnami? Kaj je vaš vir informacij? Kakšni so vaši občutki glede NEK? Kakšni so vaši občutki glede obiska?

2. Kaj so jedrske reakcije? Ali so nevarne? Zakaj? Koliko jedrskih reaktorjev imamo v Sloveniji? Kje?

3. Kaj že veste o principu delovanja jedrskih elektrarn? (Znanje izpred posebnega predavanja v okviru *Pregleda klasične fizike.*)

4. Kdaj je začela delovati NEK? Kolikšna je njena življenska doba?

5. Ali poznate koga, ki živi v bližini jedrske elektrarne? Kakšno je njeno/njegovo mnenje o (ne)varnosti jedrske energije? Kako dobro je obveščen/-a o njenem delovanju?

6. Kaj je princip delovanja jedrske bombe?

7. Ali poznate še kakšen drug tip jedrskih reakcij, kot je ta, uporabljen v današnji jedrski tehnologiji (*fizija*)? Ali je tudi drugi tip (*fuzija*) uporaben za pridobivanje energije? Kako daleč je razvoj na tem področju? Kakšne so prednosti fuzijskega pridobivanja energije?

C Kolokviji in izpiti preteklih let

C.1 Študijsko leto 2000/01

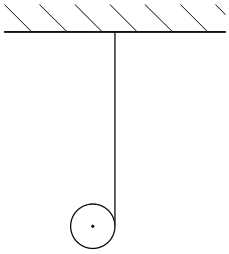
Izpit iz Klasične fizike
6. 12. 2001

1. Na strop je obešena vzmet s konstanto $2k$, nanjo utež z maso $2m$, še ena vzmet s konstanto vzmeti k in na koncu še utež z maso m. Za ta sistem:
   a) Določite Lagrangeovo funkcijo L!
   b) Določite Hamiltonovo funkcijo H!
   c) Zapišite Euler-Lagrangeove enačbe!
   d) Poiščite frekvence majhnih nihanj!
2. Točkast delec se giblje v potencialu sile $\vec{F} = -k\vec{r}$, kjer je $k > 0$ konstanta.
   a) Zapišite potencial, v katerem se giblje delec!
   b) Ali se delec lahko giblje po krožnici?
   c) Določite možne tire gibanja delca v odvisnosti od njegove energije!
3. Hitri elektron s kinetično energijo 1 GeV se siplje na nizkoenergijskem fotonu, katerega energija ustreza temperaturi 3 K. Kolikšna je energija sipanega fotona, če se po trku tako elektron kot tudi sipani foton gibljeta v prvotni smeri gibanja elektrona?
4. Elektron, ki sprva miruje, pospeši napetost U. Nato prileti elektron v prečno homogeno magnetno polje z gostoto 0,048 T.
   a) Opišite gibanje elektrona v magnetnem polju za primer $U = 1$ V!
   b) Opišite gibanje elektrona v magnetnem polju za primer $U =1{,}02\times10^6$ V!
   c) Kakšno je elektromagnetno polje v sistemu elektrona iz primera b) v trenutku, ko prileti v del prostora s prečnim homogenim magnetnim poljem?

C.2 Študijsko leto 2001/02

1. KOLOKVIJ IZ KLASIČNE FIZIKE
17. 1. 2002

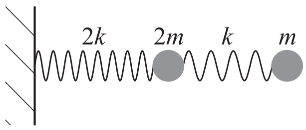
1. Na strop je obešena dolga lahka neraztegljiva vrvica, ki je na drugem koncu navita na valj.



   a) Določite Lagrangeovo funkcijo L za sistem!
   b) Zapišite Euler-Lagrangeove enačbe!
   c) Poiščite splošno rešitev enačb!

2. Na razdalji l od robu mize je v steno vpeta vzmet s konstanto vzmeti k in dolžino $l/3$ v neraztegnjenem stanju. Na drugem koncu vzmeti je na vzmet pritrjena homogena vrv z dolžino l in maso m.
   a) Poiščite ravnovesno lego sistema!
   b) Določite frekvenco nihanja sistema okrog ravnovesne lege v primeru, ko je v vsakem trenutku vsaj del vrvi na mizi!
   c) Kakšna je frekvenca nihanja za $m > 2kl/3g$?

3. Na gladki vodoravni podlagi leži vzmet s konstanto $2k$, ki je na enem koncu vpeta v steno, na drugem koncu pa je nanjo pritrjena utež z maso $2m$, nato še ena vzmet s konstanto vzmeti k in na koncu še utež z maso m. Uteži se po podlagi gibljeta brez trenja. Za ta sistem:



   a) Določite konstante gibanja!
   b) Poiščite frekvence lastnih nihanj!
   c) Določite in skicirajte lastne nihajne načine!

4. Točkast delec v potencialu centralne sile opiše Hamiltonka
$H = \dfrac{p^2}{2m} + V(r)$.
   a) Pokažite, da sta H in $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ konstanti takega gibanja!
   b) Določite potencial, v katerem se giblje delec, če veste, da je $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - m\alpha\dfrac{\vec{r}}{r}$ konstanta gibanja!

   Pomoč: $\{A \circ B, H\}_P = A \circ \{B, H\}_P + \{A, H\}_P \circ B$.

2. kolokvij iz Klasične fizike
22. 5. 2002

1. Točkast delec se giblje v potencialu sile $\vec{F} = -k\vec{r}$, kjer je $k > 0$ konstanta.
   a) Zapišite potencial, v katerem se giblje delec!
   b) Analizirajte možne tire gibanja in določite, pri katerih energijah pride do teh gibanj! (zaključeni, nezaključeni tiri, krožnice,...)
   c) Kako se giblje delec, ki ima v začetnem trenutku hitrost $\vec{v}(0) = v_0\,\hat{e}_\varphi + \delta v_0\,\hat{e}_r$ in je $\delta v_0 \ll v_0$!
   Namig: delec, katerega hitrost kaže ves čas v tangencialni smeri ($\hat{e}_\phi$), kroži.

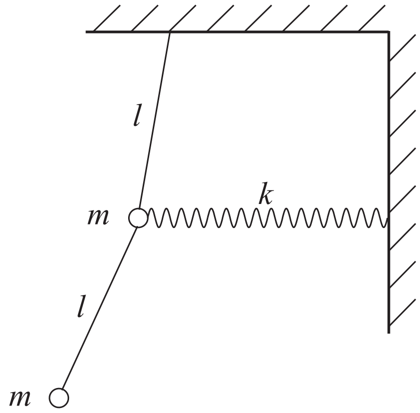
2. Vesoljski ladji letita ena proti drugi, prva s hitrostjo v_0 in druga s hitrostjo $2v_0$ (merjeno v laboratorijskem sistemu). Prva ladja pošlje proti drugi signal s frekvenco ν_0 (merjeno na ladji). Kolikšno frekvenco prejetega signala izmerijo na drugi ladji?

3. Raketa na fotonski pogon starta z Zemlje in pospešuje, dokler ne porabi 3/4 svoje začetne mase. Kolikšna je končna hitrost rakete?

4. Elektron, ki sprva miruje, pospeši napetost U. Nato prileti elektron v prečno homogeno magnetno polje z gostoto B_0 =0,048 T. Za primera $U = 1$ V in U =1,02×10^6 V izračunajte
   a) hitrost, s katero vstopi elektron v področje z magnetnim poljem!
   b) $\vec{v}(t)$ in $\vec{r}(t)$! Določite parametre gibanja!

Izpit iz Klasične fizike
10. 3. 2003

1. Določite lastne nihajne načine sklopljenega nihala, ki je skicirano na sliki, in izračunajte pripadajoče lastne frekvence! V ravnovesni legi je vzmet neraztegnjena.



2. Točkast delec z maso m prileti od daleč z vrtilno količino p_φ v polje centralnih sil s potencialom $V(r) = -\alpha/r^3$, $\alpha > 0$.

   a) Zapišite in skicirajte efektivni potencial!

   b) Grafično obravnavajte možne tire gibanja!

   c) Določite energijo E_0, za katero velja: če ima delec energijo $E \leq E_0$, nikoli ne pride v središče!

3. Potnik na vesoljski ladji naravna uro po uri na Zemlji, ko se giblje mimo njega s hitrostjo $3/5\ c$. 10 minut kasneje se sreča z drugo ladjo, ki se zanj giblje proti Zemlji s hitrostjo $2/5\ c$. Koliko časa preteče med srečanjem s prvo in drugo ladjo za opazovalca na Zemlji?

   Dodatna naloga: Pokažite, da se pri Lorentzovi transformaciji ohranja velikost krajevnega vektorja četverca!

4. Linearni električni kvadrupol sestavljajo trije nabiti točkasti delci: v koordinatnem izhodišču delec z nabojem $2q$, levo in desno od njega na razdalji a pa delca z nabojem $-q$.

   a) Določite odvisnost električnega potenciala na osi kvadrupola od oddaljenosti od izhodišča ($a \ll r$)!

   b) Koliko dela opravimo, če nabiti delec z nabojem e po osi oddaljimo za $l \ll r_0$, kjer je r_0 njegova prvotna oddaljenost od izhodišča?

C.3 Študijsko leto 2002/03

1. KOLOKVIJ IZ KLASIČNE FIZIKE
12. 2. 2003

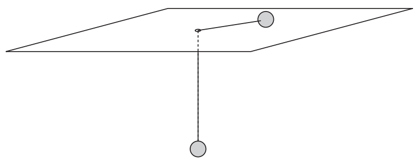
1. Na vodoravni podlagi se lahko brez trenja giblje kroglica z maso m, ki je z vzmetjo s konstanto vzmeti k pritrjena na steno.

   a) Zapišite Lagrangeovo funkcijo za ta sistem!

   b) Določite koordinate in ustrezne impulze ter zapišite Hamiltonko!

   c) Pokažite, da je $A = \ln(p + im\omega\, q) - i\omega t$ konstanta gibanja tega sistema! (q označuje koordinato, p pripadajoči impulz, $\omega^2 = k/m$)

2. Dve enaki kroglici povežemo z lahko vrvico z dolžino l. Prva kroglica se brez trenja giblje po vodoravni mizi, druga pa se lahko giblje le v smeri normale na mizo.



   a) Zapišite Lagrangeovo funkcijo in Euler-Lagrangeove enačbe za ta sistem!

   b) Zapišite in skicirajte efektivni potencial ter na grafu obravnavajte možne tire gibanja!

   c) Določite pogoje, pri katerih kroglica na mizi kroži! Kolikšna je frekvenca tega kroženja?

3. Proti marmorni krogli s polmerom 0,5 m pošljemo curek zelo majhnih frnikul. Kolikšen je totalni sipalni presek, če je premer curka 10 cm, in kolikšen, če je njegov polmer 0,6 m? Trk frnikul z marmorno kroglo lahko opišemo kot sipanje na trdi krogli, težišče krogle pa leži na geometrijski osi curka.

4. Na strop je pritrjeno matematično nihalo z dolžino $3a$, nanj pa drugo matematično nihalo z dolžino $4a$. Masi kroglic, ki sta obešeni na vrvicah, sta enaki. V približku majhnih nihanj poiščite frekvenci lastnih nihanj tega nihala! Izračunajte in skicirajte pripadajoča lastna nihajna načina!

C.4 Študijsko leto 2005/06

2. kolokvij iz Klasične fizike: 2005/06
18. 5. 2006

1. Na gladki vodoravni podlagi leži vzmet s koeficientom k, ki je na enem koncu pritrjena v steno na drugem pa je nanjo pritrjena utež z maso m_1. Na utež je na drugem koncu pritrjena še ena vzmet, enaka prvi, in nato še druga utež z maso $m_2 \neq m_1$. Določite lastne nihajne načine (frekvence in pripadajoče amplitude posameznih delov sistema) in jih skicirajte! Vsi deli sistema se gibljejo na isti premici in brez trenja.

2. Ko leti vesoljska ladja na poti proti Zemlji s hitrostjo 0,7 c mimo vesoljske postaje, pošlje postaja proti Zemlji radijski signal. Ta doseže Zemljo 2 minuti pozneje.

   a) Koliko časa traja pot vesoljske ladje od vesoljske postaje do Zemlje za opazovalca na Zemlji in koliko za moštvo vesoljske ladje?

   *b) Kolikšna je bila frekvenca oddanega radijskega signala, če na vesoljski ladji izmerijo frekvenco od Zemlje odbitega signala, $\nu = 100$ MHz?

3. Najmanj kolikšno kinetično energijo morata imeti elektron in pozitron, ki čelno trčita v trkalniku, da bo lahko nastal par mionov? Lastna energija elektrona (pozitrona) je 0,5 MeV, lastna energija mionov pa 105,7 MeV.

4. V homogeno električno in magnetno polje prileti s hitrostjo 2×10^8 m/s poziton. Smer hitrosti oklepa na začetku s smerjo električnega polja kot 30°. Električna poljska jakost znaša 10^8 V/m. Magnetno polje z gostoto 0,5 T je pravokotno na ravnino električnega polja in začetne smeri hitrosti.

   a) Zapišite vektor četverec sile (Lorentzove sile), ki na začetku deluje na pozitron!

   b) Kolikšen je v začetnem trenutku kot med pospeškom in hitrostjo pozitrona?

   c) Skicirajte začetna vektorja hitrosti in pospeška glede na smeri električnega in magnetnega polja!

   Masa pozitrona je enaka masi elektrona, E_0 =0,5 MeV, naboj pa je nasprotno enak, $e = e_0$ =1,6×10^{-19} As.

Izpit iz Klasične fizike 2005/06
7. 6. 2006

1. V skledo v obliki polkrogle spustimo majhen košček ledu, ki se po stenah posode giblje brez trenja.
   a) Določite neodvisne parametre, s katerimi opišemo gibanje koščka ledu!
   b) Zapišite Lagrangeovo funkcijo za sistem!
   c) Zapišite Euler-Lagrangeove enačbe!
   d) Poiščite ravnovesno lego koščka ledu in rešite Euler-Lagrangeove enačbe za majhne odmike od te lege!
   *e) Kako se giblje košček blizu roba posode?
2. Ko je neko nebesno telo z maso 8×10^{20} kg na razdalji $6{,}3 \times 10^9$ km od zvezde z maso 5×10^{31} kg, ima hitrost 20 km/s. Smer hitrosti takrat s smerjo zveznice med planetom in zvezdo oklepa kot 60°.
   a) Pokažite, da se nebesno telo giblje okrog zvezde po elipsi!
   b) Kakšen je tir zvezde?
   c) Kolikšni sta največja in najmanjša razdalja med planetom in zvezdo!
   d) Kolikšna je ekscentričnost elipse, ki opisuje tir gibanja planeta okrog zvezde?
3. Potnik na vesoljski ladji naravna uro po uri na Zemlji, ko se giblje mimo nje s hitrostjo 0,4 c. Petnajst minut kasneje se sreča z drugo vesoljsko ladjo, ki se zanj giblje proti Zemlji s hitrostjo 0,6 c.
   a) S kolikšno hitrostjo se za opazovalca na Zemlji giblje druga vesoljska ladja?
   b) Po kolikšnem času je prišlo do srečanja vesoljskih ladij za opazovalca na Zemlji?
   c) Na kolikšni oddaljenosti od Zemlje sta se ladji srečali?
   d) Koliko časa preteče med srečanjem s prvo in z drugo ladjo za opazovalca na Zemlji?
4. Hitri pozitron se v letu anihilira z mirujočim elektronom. Po trku zaznamo v dveh smereh pod kotom 30°, simetrično glede na vpadno smer pozitrona, dva fotona. Kolikšna je bila gibalna količina pozitrona? Kolikšni sta energiji nastalih fotonov? Masi pozitrona in elektrona sta 0,51 MeV/c^2.

C.5 Študijsko leto 2006/07

1. KOLOKVIJ IZ KLASIČNE FIZIKE: 2006/07
12. 1. 2007

1. **(1)** Na škripec (valj z maso M in polmerom R) je navita lahka neraztegljiva vrv. Nanjo je na prostem koncu pritrjena utež z maso m. V nekem trenutku utež spustimo na višini h nad tlemi.

   a) Določite neodvisne koordinate, s katerimi opišemo gibanje sistema, in zapišite Lagrangeovo funkcijo!

   b) Zapišite Euler-Lagrangeove enačbe in jih rešite!

   c) Po kolikšnem času zadene utež tla?

   d) Koliko obratov naredi pri tem škripec?

2. **(1)** Delec z maso m se giblje v potencialu centralne sile,

   $$V(r) = -\frac{c}{r^\lambda},$$

   kjer je $\lambda < 2, \lambda \neq 0$ in je konstanta c pozitivna za pozitivne eksponente λ ter negativna za negativne.

   a) Določite efektivni potencial, skicirajte fizikalno različne primere ter na grafih označite področja različnih možnih tirov!

   b) Določite pogoj za stabilen krožni tir in izračunajte pripadajočo frekvenco kroženja!

   c) Določite frekvenco majhnih radialnih oscilacij v bližini krožnega tira! Od česa in kako je odvisno, ali so ti tiri periodični?

3. **(1)** Raziskovalna vesoljska sonda Messenger, ki je 3. avgusta 2004 startala z Zemlje, naj bi se 18. marca 2011 vtirila v Merkurjevo orbito. Ko se bo sonda približala Merkurju na višino 200 km nad njegovim površjem, bo njena hitrost 2,6 km/s in v tangentni smeri. Kakšen bo tir njenega gibanja? (Določite tip in njegove parametre.) Za koliko bi morali zaviralni raketni motorji zmanjšati to hitrost, da bi se sonda vtirila v krožno orbito? Kolikšen bi bil v tem primeru obhodni čas? Masa Merkurja je $3{,}3\times10^{23}$ kg, njegov polmer pa 4878 km. Masa sonde je precej manjša od mase Merkurja.

4. **(1/2)** Dokažite Jacobijevo enakost

   $$\{A,\{B,C\}_P\}_P + \{B,\{C,A\}_P\}_P + \{C,\{A,B\}_P\}_P = 0!$$

2. kolokvij iz Klasične fizike: 2006/07
1. 6. 2007

1. **(1)** Enaki majhni kroglici povežemo z vzmetjo, ju popolnoma stisnemo skupaj, nataknemo na navpični drog in spustimo. Kako se gibljeta? Masa ene kroglice je m, koeficient vzmeti k in ravnovesna dolžina vzmeti l_0. Kroglici se po drogu gibljeta brez trenja.

   a) Zapišite Lagrangeovo funkcijo!

   b) Zapišite Euler-Lagrangeove enačbe!

   c) Poiščite splošno rešitev enačb!

   d) Zapišite časovno odvisnost spreminjanja koordinate ene in druge kroglice za dani primer!

2. **(1)** Otroci Ada, Bart, Cene in Dora se vozijo po vesolju vsak s svojim vesoljskim triciklom. Ada in Dora vozita vzporedno s hitrostjo 0,8 c, pred njima pa prav tako vzporedno Bart in Cene s hitrostjo 0,2 c. Ada pošlje radijski signal s frekvenco 100 MHz proti Bartu. Ta sprejme signal in ga preusmeri proti Cenetu; Cene ga sprejme in preusmeri k Dori, Dora pa sprejme in preusmeri spet k Adi. Kolikšne so frekvence signalov, ki jih prejmejo Bart, Cene in Dora? Kakšen signal se je po opisanem "vesoljskem telefončku" vrnil do Ade?

3. **(1)** Foton z energijo E_γ trči z mirujočim protonom. Tik po trku se giblje proton v smeri vpadnega fotona s hitrostjo 0,8 c, foton, ki je nastal pri trku pa se giblje v smeri nazaj in ima energijo $E_{\gamma'}$. Vse se dogaja v prostoru s homogenim magnetnim poljem v smeri, pravokotni na vpadno smer fotona, in z gostoto magnetnega polja 10 T. Masa protona je 939 MeV.

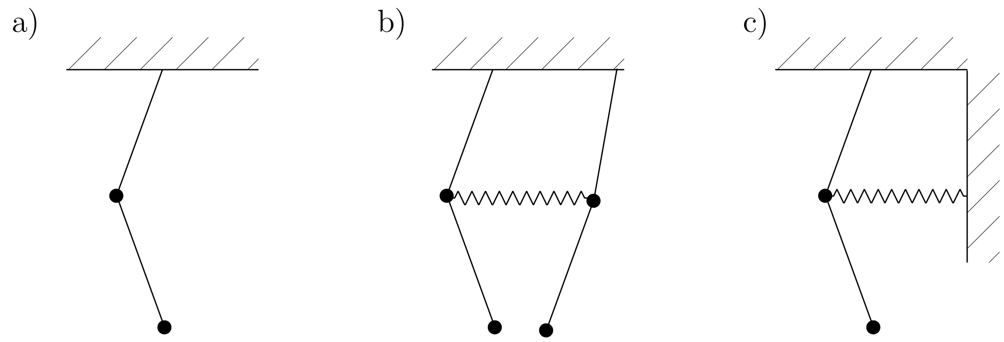
   a) Kolikšni sta energiji E_γ in $E_{\gamma'}$?

   b) Kje se nahaja proton, ko ima hitrost točno v nasprotni smeri glede na hitrost tik po trku? Koliko časa po trku pride do tega?

4. **(1/2)** Kako se transformira elektromagnetno polje v sistem, ki se od našega oddaljuje s hitrostjo $\vec{v}$? *Dodatno vprašanje* **(1/4)***: Pokažite, da je $\vec{E} \cdot \vec{B}$ invarianta na Lorentzovo transformacijo!*

D Seminarske naloge

1. Obravnavajte nihanje nihala, ki je skicirano na sliki! Vse prečke so lahke in dolge l, kroglice so majhne in imajo maso m, koeficient vzmeti je k, vzmeti pa so neraztegnjene (dolžina l_0), kadar so prečke v navpični legi.



2. Kroglica z maso m se v gravitacijskem polju brez trenja giblje po žici, katere obliko opisuje funkcija $y(x)$. Kakšna mora biti ta oblika, da bo nihajni čas neodvisen od amplitude nihanja?

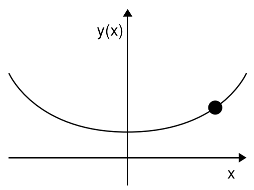
3. Poiščite odvisnost nihajnega časa od energije za nihanje delca v potencialu!

   a) $V(x) = \alpha|x|^n$

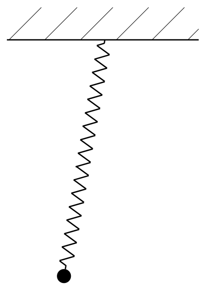
   b) $V(x) = V_0 \,\mathrm{th}^2(\alpha x)$

   c) $V(x) = V_0 \,(1 - \mathrm{e}^{-x/\lambda})$

4. Na lahko vzmet z lastno dolžino l in konstanto prožnosti k je obešena kroglica z maso m, vse skupaj pa je v težnostnem polju. Obravnavajte nihanje sistema!



naloga 2



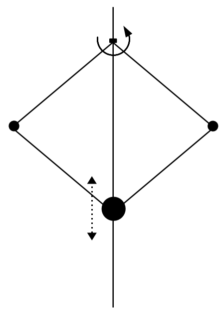
naloga 4

5. Obravnavajte gibanje kotaleče se kroglice s polmerom R_k v polkrožni posodi s polmerom $R > R_k$! Kroglica pri kotaljenju ne spodrsuje.

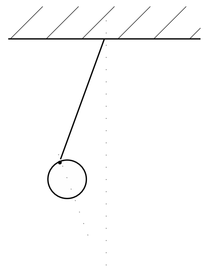
6. Obravnavajte gibanje sistema, ki ga kaže slika. Vse prečke so lahke in dolge l, manjši kroglici imata maso m, večja pa M in polmer R. Zgornje krajišče je vrtljivo vpeto, spodnje, z večjo kroglico, pa je vrtljivo in prosto gibljivo vzdolž navpične osi.

7. Obravnavajte nihanje sistema palice z maso m in dolžino l, na koncu katere je vrtljivo vpet obroč z maso M in s polmerom R!

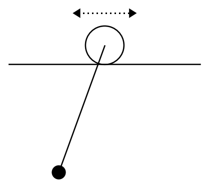
8. Obravnavajte nihanje matematičnega nihala, katerega pritrdišče je vpeto na os valja, ki se lahko prosto kotali po vodoravni podlagi! Masa valja je M, njegov polmer R. Dolžina matematičnega nihala je l in masa majhne kroglice na njegovem krajišču m.



naloga 6



naloga 7



naloga 8

9. Obravnavajte vsiljeno nihanje nihala, $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2 + xf(t)$. Časovna odvisnost sile:

   (a) $f(t) = f_0$ =konst.,

   (b) $f(t) = f_0[\theta(t_1 - \Delta) - \theta(t_1 + \Delta)]$, kjer je $\theta(x) = \int_{-\infty}^{x} \delta(t)\mathrm{d}t$ Heavisideova stopničasta funkcija,

   (c) $f(t) = f_0 \begin{cases} t/\tau; t < \tau \\ 0; t \geq \tau \end{cases}$,

   (d) $f(t) = f_0 \begin{cases} t/\tau; t < \tau \\ 1; t \geq \tau \end{cases}$,

   (e) $f(t) = f_0 \mathrm{e}^{-t/\tau}$,

   (f) $f(t) = f_0 \cos(\omega t + \alpha)$,

   (g) $f(t) = f_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} \cos(\omega t + \alpha)$.

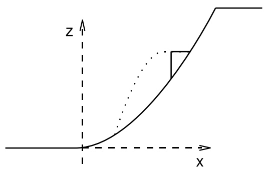
10. Na hribu, ki ima obliko parabole, $z = x^2$, bi radi zgradili smučarsko skakalnico. Odskočna miza je vodoravna in ima višino h. Kje na hribu moramo postaviti mizo, da bo: (i) čas letenja najdaljši, (ii) razdalja preleta v vodoravni smeri najdaljša, (iii) ločna dolžina, to je razdalja merjena po hribu, od mize do mesta doskoka najdaljša? Skakalec se požene z vrha hriba.

11. Med severnim polom in ekvatorjem izvrtamo skozi Zemljo raven tunel. Obravnavajte gibanje delca po tem tunelu! Koliko časa traja potovanje?

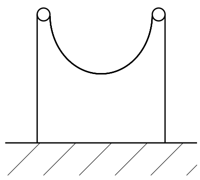
12. Variacijsko poiščite krivuljo znotraj Zemlje, po kateri bo čas potovanja med dvema točkama na površju za prosto padajoč delec najkrajši!

13. Neskončno dolga vrv je speljana preko dveh majhnih škripcev na višinah h. Vodoravna razdalja med škripcema je d. Kakšno obliko zavzame vrv? Kako se ta spreminja z višino, na kateri sta škripca?

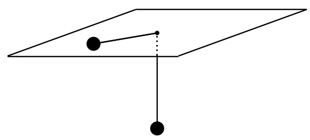
14. Obravnavajte gibanje dveh kroglic, povezanih z neraztegljivo vrvico. Ena kroglica se brez trenja giblje po vodoravni podlagi, druga pa v smeri normale na to ravnino.



naloga 10



naloga 13



naloga 14

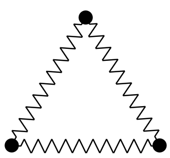
15. Obravnavajte gibanje satelitov okrog Zemlje in vesoljskih plovil na njihovi poti do bližnjih in daljnih planetov v našem osončju!

16. Satelit izstrelimo z Zemlje na Mars. Koliko časa traja potovanje, če satelit izstrelimo tako, da je čas potovanja najkrajši? (Namig: Zemlja ob izstrelitvi in Mars ob pristanku sta v konjunkciji – utemeljite!) Kolikšni sta začetna hitrost in energija satelita? Kje na svojih orbitah sta Zemlja in Mars ob izstrelitvi in kje ob pristanku? Kolikšna je relativna hitrost satelita glede na Mars? Orbiti Zemlje in Marsa okoli Sonca lahko približno opišemo kot krožnici.

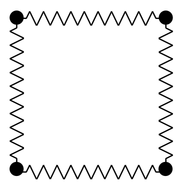
17. Obravnavajte sipanje na odbojnem potencialu

    a) $V(r) = \alpha/r^2$!
    b) $V(r) = \alpha/r^3$!

18. Obravnavajte gibanje sistema treh enakih kroglic, povezanih z enakimi vzmetmi, ki so v ravnovesju razporejene v oglišča enakostraničnega trikotnika s stranico a! Masa kroglic je m, koeficient vzmeti k, njihova ravnovesna dolžina pa je enaka ravnovesni dolžini stranice trikotnika.



naloga 18



naloga 19

19. Obravnavajte gibanje sistema štirih enakih kroglic, povezanih z enakimi vzmetmi, ki so v ravnovesju razporejene v oglišča romba z dolžino stranice a! Masa kroglic je m, koeficient vzmeti k, njihova ravnovesna dolžina je enaka ravnovesni dolžini stranice romba, ostri kot v rombu pa je α. Kaj se zgodi, če je $\alpha = 90°$?

20. Obravnavajte sklopljeno nihanje enodimenzionalne verige, ki jo sestavlja N kroglic z maso m_1 in N kroglic z maso m_2! Kroglice različnih mas se izmenjujejo, med njimi pa so enake vzmeti z ravnovesno dolžino a in koeficientom vzmeti k. Problem predstavlja model enodimenzionalnega kristala, katerega osnovno celico tvorita dva atoma.

21. Obravnavajte sklopljeno nihanje enodimenzionalne verige, ki jo sestavlja N kroglic z maso m_1, N kroglic z maso m_2 in N kroglic z maso m_3! Kroglice si sledijo v zaporedju $m_1, m_2, m_3, m_1, m_2, m_3, \ldots$, med njimi pa so enako vzmeti z ravnovesno dolžino a in koeficientom vzmeti k. Problem predstavlja model enodimenzionalnega kristala, katerega osnovno celico tvorita dva atoma.

naloga 20

naloga 21

22. Izračunajte električni potencial linearnega in dvodimenzionalnega kvadrupola!

23. Izračunajte električni potencial linearnega in tridimenzionalnega oktupola!

24. Obravnavajte nerelativistično gibanje nabitega delca v polju enakomerno nabite neskončne žice!

25. Obravnavajte nerelativistično gibanje nabitega točkastega delca v magnetnem polju magnetnega monopola, $\vec{B} = \dfrac{q_m \mu_0}{4\pi} \dfrac{\vec{r}}{r^3}$!

26. Določite interferenčno polje za sistem anten!

27. Pri transformaciji električnega in magnetnega polja sta količini $\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2$ in $\vec{E} \cdot \vec{B}$ invarianti. Posledično lahko gibanje nabitega delca v poljubnem električnem in magnetnem polju prevedemo na tri primere:

    - obe invarianti sta enaki 0 $\Longrightarrow$ gibanje v $\vec{E} \perp \vec{B}$ in $E = cB$
    - $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0 \Longrightarrow$ obstaja sistem, v katerem je bodisi $\vec{E}' \neq 0$ in $\vec{B}' = 0$, bodisi $\vec{E}' = 0$ in $\vec{B}' \neq 0$
    - obe invarianti sta različni od 0 $\Longrightarrow$ obstaja sistem, v katerem sta $\vec{E}$ in $\vec{B}$ vzporedna

    Dve nalogi:

    a) Obravnavajte gibanje nabitega delca v vzporednem električnem in magnetnem polju!

    b) Obravnavajte gibanje v pravokotnem magnetnem in električnem polju z $E = cB$!