

dr. Andreja Šarlah

# Moderna fizika (FMF, Matematika, 2. stopnja)

gradivo za vaje

## Vsebina

<b>Elektromagnetno polje</b>	<b>2</b>
1.01.EMP: Maxwellove enačbe I	2
1.02.EMP: Maxwellove enačbe II	3
1.03.EMP: Maxwellove enačbe III	4
1.04.EMP: Elektromagnetno valovanje	5
<b>Posebna teorija relativnosti</b>	<b>6</b>
1.05.PTR: Uvodni pojmi & Relativistična kinematika I	6
1.06.PTR: Relativistična dinamika I	9
1.07.PTR: Relativistična dinamika II	10
1.08.PTR: Elektromagnetno polje v PTR	11
<b>Kvantna mehanika</b>	<b>13</b>
1.09.KM: Valovna funkcija, operatorji, sipanje	13
1.10.KM: Vezana stanja končne in neskončne potencialne jame	14
1.11.KM: Harmonski oscilator	15
1.12.KM: Vrtilna količina, vodikov atom	17
<b>Kolokviji in izpiti preteklih let</b>	<b>19</b>
Študijsko leto 2012/13	19
Študijsko leto 2013/14	23

# Moderna fizika

1. 10. 2013

## 1.01.EMP: Maxwellove enačbe I

1. Zapišite Maxwellove enačbe v integralni obliki! Pokomentirajte fizikalne količine ( $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$ ) in pomen enačb!
2. Z uporabo zakona o električnem pretoku izračunajte električno poljsko jakost okrog nabitega točkastega delca! (Pokomentirajte simetrijske razloge za smer polja in za odvisnost velikosti polja od posameznih koordinat.)
3. Z uporabo zakona o električnem pretoku izračunajte električno poljsko jakost okrog enakomerno nabite žice! (Pokomentirajte simetrijske razloge za smer polja in za odvisnost velikosti polja od posameznih koordinat.)
4. Z uporabo Amperovega zakona izračunajte jakost magnetnega polja znotraj in zunaj žice, po kateri teče tok  $I$  z enakomerno gostoto  $\vec{j}$ ! (Pokomentirajte simetrijske razloge za smer polja in za odvisnost velikosti polja od posameznih koordinat.)
5. Zapišite operator nabra! Z njim zapišite operatorje grad, div in rot.
6. Izračunajte
  - (a)  $\nabla \cdot \vec{F}$  za  $\vec{F} = \vec{r}$ ,
  - (b)  $\nabla g$  za  $g = g(r)$ ,
  - (c)  $\nabla \cdot \vec{F}$  za  $\vec{F} = g(r)\vec{r}$ !

*Ideje za domače delo:*

- I. Za vse točke v prostoru izračunajte električno polje, ki je posledica naboja, enakomerno razporejenega po površini krogle s polmerom  $R$ !
- II. Za vse točke v prostoru izračunajte električno polje, ki je posledica naboja  $e$ , enakomerno razporejenega po cevi z notranjim polmerom  $R_1$  in z zunanjim polmerom  $R_2$ !

## Moderna fizika

8. 10. 2013

### 1.02.EMP: Maxwelllove enačbe II

1. Zapišite Maxwelllove enačbe v diferencialni obliki!
2. Določite porazdelitev naboja, ki povzroča električno polje

$$(a) \vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \frac{\vec{r}}{r},$$

$$(b) \vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

3. Izračunajte električno polje na razdalji  $z$  nad središčem dveh enakih nabitih delcev z nabojem  $e$ ! Delca sta na razdalji  $d$ . Kakšno je električno polje v limiti  $z \gg d$ ? Ponovite izračun za primer, ko sta naboja nabitih delcev nasprotna!
4. Izračunajte električno polje na razdalji  $z$  nad središčem ravne krožne enakomerno nabite zanke s polmerom  $R$ !
5. Točkast delec z nabojem  $e$  miruje v središču kocke s stranico dolžine  $a$ . Izračunajte električni pretok skozi posamezno stranico! Kolikšen pa je skupen električni pretok skozi vse stranice kocke?

*Ideje za domače delo:*

- I. Določite porazdelitev naboja, ki povzroča električno polje  $\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \frac{\vec{r}}{r}$ !
- II. Izračunajte električno polje na razdalji  $z$  nad središčem kvadratne enakomerno nabite zanke s stranico dolžine  $a$ !

## Moderna fizika

15. 10. 2013

### 1.03.EMP: Maxwellove enačbe III

- Električno in magnetno polje lahko zapišemo tudi s potencialom,  $\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  in  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ , kjer je  $\vec{A}$  vektorski in  $\phi$  skalarni potencial.
  - Pokažite, da zapisani polji v potencialni obliki zadoščata Maxwellovim enačbam!
  - Pokažite, da sta pri danih potencialih  $\vec{A}$  in  $\phi$  električno in magnetno polje točno določena!
  - Pokažite, da dani električno oziroma magnetno polje  $\vec{E}$  oziroma  $\vec{B}$  ne določata enolično potencialov  $\vec{A}$  in  $\phi$ !
- Določite porazdelitvi naboja in toka, ki sta izvor elektromagnetnemu polju s potencialoma

$$\phi = 0, \vec{A} = \begin{cases} \frac{\mu_0 k}{4c} (ct - |x|)^2 & , |x| < ct \\ 0 & , |x| > ct \end{cases}$$

*Ideje za domače delo:*

- Izračunajte elektromagnetni potencial dolge tanke ravne žice, po kateri teče tok  $I$ !

## Moderna fizika

22. 10. 2013

### 1.04.EMP: Elektromagnetno valovanje

1. Iz Maxwellovih enačb izpeljite razklopljeni enačbi za električno in magnetno polje v praznem prostoru (vakuum brez izvorov, to je brez nabitih delcev in tokov)!
2. Električno in magnetno polje v praznem prostoru opiše valovna enačba.
  - (a) Zapišite splošno rešitev valovne enačbe za  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$ !
  - (b) Kakšna je zveza med valovnim vektorjem in frekvenco valovanja?
  - (c) Z uporabo Maxwellovih enačb poiščite pogoje za  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$ !
3. Obravnavajte elektromagnetno valovanje v pravokotnem valovnem vodniku! Stene valovnega vodnika so iz idealnega prevodnika.
  - (a) Zapišite in utemeljite robne pogoje!
  - (b) Zapišite nastavek za rešitev!
  - (c) Izpišite enačbe za posamezne komponente  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$ !
  - (d) Kaj so TE, TM in TEM valovanja?
  - (e) Poiščite rešitev za TE valovanje! Pravokotni valovni vodnik ima dimenziji  $a$  in  $b$ !

*Ideje za domače delo:*

- I. Obravnavajte TM valovanje v pravokotnem valovnem vodniku z dimenzijama  $a$  in  $b$ ! Primerjajte rezultat z rezultatom za TE valovanje!
- II. Obravnavajte elektromagnetno valovanje v okroglem valovnem vodniku!

## Moderna fizika

29. 10. 2013

### 1.05.PTR: Uvodni pojmi & Relativistična kinematika I

1. Zapišite kovariantni in kontravariantni vektor četverec! Kako iz enega dobimo drugega!
2. Zapišite metrični tenzor in skalarni produkt v Hilbertovem prostoru vektorjev četvercev! Kako se imenuje ta metrika!
3. Kaj je Lorentzova transformacija? Zapišite matriko Lorentzove transformacije!
4. Izračunajte matriko obratne Lorentzove transformacije!
5. Izračunajte nerelativistično limito za  $\gamma$ ,  $\beta x$ ,  $\beta ct$ ,  $\Lambda^\mu{}_\nu, \dots!$
6. Narišite odvisnost parametra  $\gamma$  od hitrosti! Kakšno je funkcijsko obnašanje za majhne hitrosti? Kakšno pa za velike? Koliko je  $\gamma$  za  $v/c = 0,01$ ;  $0,1$ ;  $0,5$ ;  $0,8$ ;  $0,9$ ;  $0,99$ ?
7. Iz svetila, ki se giblje s hitrostjo  $v$  glede na vzporedno zrcalo, pošljemo proti zrcalu svetlobni signal. Ta se od zrcala odbije in pride nazaj do svetila, kjer ga zazna detektor na njem. Koliko časa po oddaji signala je svetilo sprejelo odbiti signal? Kolikšen je ta čas v sistemu zrcala? Pojav imenujemo *dilatacija časa*.
8. Mioni se gibljejo s hitrostjo  $0,98 c$ . Lastni razpadni čas miona meri  $2,2 \times 10^{-6}$  s. Kolikšen je razpadni čas v letu? Kolikšno razdaljo v povprečju prepotuje mion, preden razpade? Kolikšna je ta razdalja v lastnem sistemu miona?
9. Palica z lastno dolžino  $l$  se giblje s hitrostjo  $v$  glede na opazovalca. Kolikšno dolžino palice nameri le-ta? Pojav imenujemo *kontrakcija dolžin*.
10. Opazovalec, ki se giblje glede na palico s hitrostjo  $0,8 c$ , vidi palico pod kotom  $30^\circ$ . Lastna dolžina palice je 1 m. Kolikšno dolžino palice nameri ta opazovalec? Kolikšen je za opazovalca, za katerega palica miruje, kot med smerjo palice in smerjo gibajočega se opazovalca?
11. Opazovalec izmeri, da se vesoljsko plovilo glede na njega giblje s hitrostjo  $v$ . Kolikšno hitrost plovila izmeri opazovalec, ki se glede na prvega giblje s hitrostjo  $v_0$ ? Smeri hitrosti plovila in drugega opazovalca so vzporedne.
12. Ko leti vesoljska ladja na poti proti Zemlji s hitrostjo  $0,7 c$  mimo vesoljske postaje, pošlje postaja proti Zemlji radijski signal. Ta doseže Zemljo 2 minuti pozneje. Koliko časa traja pot vesoljske ladje od vesoljske postaje do Zemlje za opazovalca na Zemlji? Koliko časa traja pot vesoljske ladje od vesoljske postaje do Zemlje za moštvo vesoljske ladje?

*Ideje za domače delo:*

- I. Izračunajte  $\Lambda_{ab}$ , če poznate  $\Lambda^a_b$ !
- II. Izračunajte  $\Lambda^{ab}$  in  $\Lambda_a^b$ , če poznate  $\Lambda^a_b$ ! Izračunajte na dva načina, po komponentah in z množenjem matrik!
- III. Izračunajte  $\Lambda^a_b \Lambda_a^c$ !
- IV. Pri izvajanju enajstmetrovke na intergalaktičnem nogometnem prvenstvu leti žoga v vodoravni smeri, natančno proti prečki (enajstmetrovke se izvajajo z razdalje 11 m od gola, ki je širok 7 m), s hitrostjo  $0,7 c$ . V času trajanja leta žoge leti preko igrišča po njegovi dolžini vesoljska novinarska ladja s hitrostjo  $0,2 c$ . Kolikšna je hitrost žoge in njena smer za novinarja na ladji?
- V. Vesoljska ladja se oddaljuje od Zemlje s hitrostjo  $0,8 c$ . Ko se ladja nahaja v razdalji  $6,6 \times 10^8$  km od Zemlje, pošljejo z Zemlje proti njej radijski signal. Po kolikšnem času doseže signal ladjo za opazovalca na Zemlji in za moštvo ladje?
- VI. Prva vesoljska ladja leti z Zemlje proti oddaljeni zvezdi in doseže za opazovalca na Zemlji po 3 mesecih vesoljsko postajo, ki miruje glede na Zemljo na razdalji  $0,2$  svetlobnega leta. V tem trenutku poslano z Zemlje za njo drugo vesoljsko ladjo s hitrostjo  $0,98 c$ . Čez koliko časa se za opazovalca na Zemlji srečata vesoljski ladji? Na kolikšni oddaljenosti od Zemlje pride do srečanja? Koliko kaže takrat ura na drugi vesoljski ladji?
- VII. Za opazovalca na Zemlji leti mimo Zemlje vesoljska ladja s hitrostjo  $0,8 c$  in deset minut kasneje v isti smeri z enako hitrostjo še druga ladja. Druga ladja izstrelji za prvo poštno raketo s hitrostjo  $0,2 c$  glede na drugo ladjo. Koliko časa traja potovanje pošte od druge do prve ladje za opazovalca na Zemlji in koliko časa za opazovalca na drugi oziroma na prvi ladji?
- VIII. Vesoljska ladja, ki se s hitrostjo  $0,6 c$  približuje Zemlji, odda radijski signal. Signal se na Zemlji odbije in vesoljska ladja ga sprejme čez 14 dni, merjeno po uri na ladji. Kako daleč od Zemlje je bila ladja, ko je oddala signal? Koliko časa preteče na Zemlji od trenutka, ko sprejme Zemlja signal z ladje, do trenutka, ko zleti ladja mimo Zemlje?
- IX. Potnik na vesoljski ladji naravna uro po uri na Zemlji, ko se giblje mimo nje s hitrostjo  $0,4 c$ . Potnajst minut pozneje se sreča z drugo vesoljsko ladjo, ki se zanj giblje proti Zemlji s hitrostjo  $0,6 c$ . Koliko časa preteče med srečanjem s prvo in z drugo ladjo za opazovalca na Zemlji?
- X. Vesoljska ladja z dolžino 50 m leti s hitrostjo  $0,6 c$  skozi vesoljsko postajo z lastno dolžino 200 m. Koliko časa traja let vesoljske ladje skozi vesoljsko postajo za postajenačelnika in koliko za potnika? Let ladje *skozi* postajo štejemo od trenutka, ko doseže konica ladje vhod, do trenutka, ko zapusti rep ladje izhod postaje.

- XI. Za opazovalca v galaksiji se oddaljuje prva galaksija s hitrostjo  $0,6c$ , druga galaksija pa s hitrostjo  $0,7c$  v nasprotni smeri. S kolikšno hitrostjo se za opazovalca v prvi galaksiji oddaljuje druga galaksija?
- XII. Prva vesoljska ladja leti mimo Zemlje s hitrostjo  $0,6c$ , druga pa v isti smeri s hitrostjo  $0,9c$ . Kolikšni so časi prehitevanja obeh ladij za potnika na prvi in drugi ladji ter za opazovalca na Zemlji? Vsaka od ladij je v lastnem sistemu dolga  $50\text{ m}$ .
- XIII. Prva vesoljska ladja se oddaljuje od Zemlje s hitrostjo  $0,8c$ , druga pa leti v isti smeri s hitrostjo  $0,9c$ . Kolikšna je hitrost druge ladje za potnika v prvi in kolikšna je hitrost prve za potnika na drugi?
- XIV. Na vesoljski ladji, ki se giblje s hitrostjo  $0,6c$  naredijo naslednji poskus: S svetilom posvetijo na  $l$  oddaljeno steno. Od stene odbito svetlobo zaznajo po  $2\text{ s}$ . Kolikšen čas mine od oddaje svetlobnega signala do prejetja odbitega signala za zunanjega mirujočega opazovalca?
- XV. Vesoljski popotnik čaka na vesoljski "avtobusni" postaji. Mimo njega se s hitrostjo  $0,6c$  pelje konvoj. Kolikšno dolžino konvoja nameri vesoljski popotnik, če je njegova v mirovanju izmerjena dolžina enaka  $200\text{ m}$ .
- XVI. Opazovalec vidi dva delca, ki se gibljeta drug proti drugemu s hitrostjo  $0,99c$ , glede na opazovalca. Kolikšna je hitrost drugega delca glede na prvega? Kolikšna pa hitrost prvega glede na drugega? Kakšen rezultat bi dal nerelativističen opis?
- XVII. Vesoljska ladja z dolžino  $100\text{ m}$  se giblje mimo Zemlje s hitrostjo  $0,5c$ . Iz zadnjega krajišča ladje izstrelijo proti sprednjemu kroglo. Opazovalec na Zemlji izmeri, da je hitrost krogle  $0,9c$  glede na Zemljo. Kolikšen čas potrebuje krogla, da preleti od prvega do zadnjega krajišča ladje, merjeno na ladji? Kolikšen čas pa potrebuje za to pot, merjeno na Zemlji?
- XVIII. Ob startu z Zemlje odda vesoljska ladja radijski signal proti  $4$  svetlobna leta oddaljeni vesoljski postaji, kamor je namenjena. Signal se od postaje odbije in vesoljska ladja ga sprejme po  $6$  tednih, merjeno po uri na ladji. Kako hitro leti ladja? V kolikšnem času, po ladijski uri, doseže ladja vesoljsko postajo?



## Moderna fizika

12. 11. 2013

### 1.06.PTR: Relativistična dinamika I

1. Iz ohranitve dolžine vektorja četverca gibalne količine izpeljite Einsteinovo relacijo!
2. Preverite, da ima relativistični izraz za energijo pravo nerelativistično limito!
3. Preverite, da ima relativistični izraz za gibalno količino pravo nerelativistično limito!
4. Zapišite/izračunajte zvezo med polno energijo in gibalno količino v ultra-relativistični limiti! V katerem primeru je ta zveza točna?
5. Najmanj kolikšno kinetično energijo morata imeti elektron in pozitron, ki čelno trčita v trkalniku, da bo lahko nastal par mionov? Lastna energija mionov je 105,7 MeV.
6. Pri radioaktivnem razpadu se nastali pozitron anihilira z elektronom, pri čemer nastaneta dva fotona. Kolikšna je njuna energija?

#### *Ideje za domače delo:*

- I. Kolikšna je hitrost delca, če je razmerje med relativistično kinetično energijo delca in kinetično energijo, ki bi jo imel po nerelativistični mehaniki, enako 1,01 ali 1,1 ali 5?
- II. Kolikšna je kinetična energija protona, katerega gibalna količina je  $800 \text{ MeV}/c^2$ ?
- III. Fotonsko raketo poganja nasprotna sila curka svetlobe. Kolikšno hitrost doseže raketa v opazovalnem sistemu, v katerem je v začetku mirovala, ko je izsevala polovico začetne lastne mase?

## Moderna fizika

19. 11. 2013

### 1.07.PTR: Relativistična dinamika II

1. Proton, katerega kinetična energija je enaka njegovi mirovni energiji, prožno trči z mirujočim protonom in odleti pod kotom  $30^\circ$  glede na vpadno smer. Kolikšna je kinetična energija drugega protona po trku?
2. Elektron s kinetično energijo 20 MeV prožno trči z mirujočim elektronom. Pod kolikšnim najmanjšim kotom lahko odletita elektrona po trku?
3. Foton z energijo  $E'_\gamma$  trči v mirujoč elektron. Kolikšna je energija novega fotona, ki odleti pod kotom  $\varphi$  glede na vpadno smer? Kolikšna je hitrost odrivnega elektrona? V katero smer odleti? Narišite kotne odvisnosti zgornjih količin za  $E'_\gamma/mc^2 = 1,1; 2; 10!$  Kdaj je energija odrivnega elektrona največja? Kolikšna je? Pojav imenujemo *Comptonov pojav*.
4. Vesoljska ladja se približuje Zemlji s hitrostjo  $0,6 c$  pod kotom  $30^\circ$  glede na zveznico z radijskim oddajnikom na Zemlji. Kolikšno frekvenco izmeri in pod kolikšnim kotom sprejema signale opazovalec na ladji? Oddajnik na Zemlji deluje s frekvenco 100 MHz.
5. Vesoljska ladja se približuje Zemlji. Proti njej pošljejo radarski signal s frekvenco 10 GHz. Odbiti signal ima frekvenco 15 GHz. Kolikšna je hitrost ladje glede na Zemljo?

#### *Ideje za domače delo:*

- I. Nevtralni pion s kinetično energijo 6 GeV razpade na dva fotona. Kolikšna je energija fotona, ki odleti v smeri piona, in kolikšna drugega fotona, ki odleti v nasprotni smeri? Kolikšna pa je energija vsakega od obeh fotonov, če odletita simetrično glede na smer piona? Pod kolikšnim kotom glede na smer gibanja piona odletita?
- II. Otroci Ada, Bart, Cene in Dora se vozijo po vesolju vsak s svojim vesoljskim triciklom. Ada in Dora vozita vzporedno s hitrostjo  $0,8 c$ , pred njima pa prav tako vzporedno Bart in Cene s hitrostjo  $0,2 c$ . Ada pošlje radijski signal s frekvenco 100 MHz proti Bartu. Ta sprejme signal in ga preusmeri proti Cenetu; Cene ga sprejme in preusmeri k Dori, Dora pa sprejme in preusmeri spet k Adi. Kolikšne so frekvence signalov, ki jih prejmejo Bart, Cene in Dora? Kakšen signal se je po opisanem "vesoljskem telefončku" vrnil do Ade?

## Moderna fizika

26. 11. 2013

### 1.08.PTR: Elektromagnetno polje v PTR

1. Kako se transformira elektromagnetno polje v sistem, ki se od našega oddaljuje s hitrostjo  $\vec{v}$ ?
2. Pokažite, da sta  $\vec{E} \cdot \vec{B}$  in  $E^2 - c^2 B^2$  invarianti glede na Lorentzovo transformacijo!
3. V homogeno električno polje  $\vec{E} = (E_0, 0, 0)$  postavimo mirujoč delec z maso  $m$  in z nabojem  $e$ . Kolikšna je hitrost delca, ko prepotuje pot  $s$ ? Kako pa se pot in hitrost spreminjata s časom? Računajte relativistično! Za primerjavo obravnavajte problem še nerelativistično! Narišite rezultate za posamezne količine v okviru relativistične in nerelativistične obravnave na skupen graf! Premislite, ali vaše predstave ustrezajo rezultatom!
4. Elektron se giblje v homogenem električnem polju z jakostjo 1,75 kV/m. Kolikšna je njegova hitrost po 1  $\mu$ s, če na začetku miruje? Kolikšno pot opravi pri tem? Kolikšna je naposled njegova kinetična energija?
5. V homogeno magnetno polje z gostoto  $B_0$  prileti v prečni smeri nabit delec z maso  $m$  in s hitrostjo  $v_0$ . Kakšno je za tem njegovo gibanje? Kako se s časom spreminja njegova hitrost? Kako se s časom spreminja pot, ki jo opravi? Za primerjavo obravnavajte problem še nerelativistično!
6. Elektron, ki ga je pospešila napetost 100 kV, prileti v prečno homogeno magnetno polje z jakostjo 1 kV/m. Kako hitro se giblje elektron po 30 ns in kolikšen je tedaj njegov odklik od prvotne smeri?

#### *Ideje za domače delo:*

- I. V nekem inercialnem sistemu imamo homogeno električno polje z jakostjo  $E$  in nanj pravokotno homogeno magnetno polje z gostoto  $B$ . Pokažite, da lahko najdemo tak inercialni opazovalni sistem, da je v njem le eno od polj enako nič, razen če je  $E = cB$ !
- II. Negativni pioni se gibljejo v prečnem homogenem magnetnem polju z gostoto 0,5 T po krogu s polmerom 3 m. Kolikšno pot naredijo v povprečju, preden razpadejo? Lastni razpadni čas pionov je  $2,6 \times 10^{-8}$  s.

- III. Elektron prileti s hitrostjo  $2 \times 10^8$  m/s v električno in magnetno polje. Silnice električnega polja z jakostjo  $10^8$  V/m so za  $30^\circ$  nagnjene proti smeri hitrosti elektrona, silnice magnetnega polja z gostoto 1 T pa so pravokotne na ravnino hitrosti in električnega polja. Izračunajte velikost in smer trirazsežnega vektorja sile na elektron v trenutku, ko prileti v prostor z električnim in magnetnim poljem! Izračunajte velikost trirazsežnega vektorja pospeška elektrona in določite njegovo smer glede na smer hitrosti!
- IV. V kolikšnem času doseže elektron, ki je sprva miroval, v homogenem električnem polju z jakostjo 1000 V/cm hitrost  $0,9 c$ ?
- V. V CERNu pri Ženevi je delovala velika evropska mehurčna celica, v kateri je bilo magnetno polje z gostoto 3,5 T in je bil premer vidnega polja 3,7 m. Kolikšna bi bila kinetična energija protona z največjo merljivo gibalno količino, če bi na 3,7 m dolgem tiru lahko ugotovili še odmik za 0,1 mm od premice?

## Moderna fizika

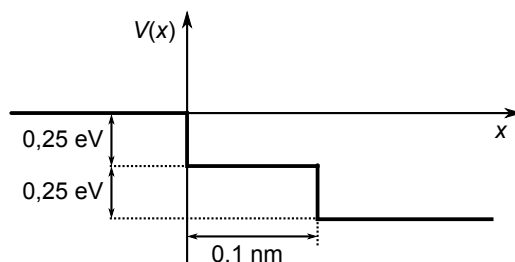
10. 12. 2013

### 1.09.KM: Valovna funkcija, operatorji, sipanje

1. Svetloba živosrebrne svetilke z valovno dolžino 435,8 nm pade na površino cezija. S kolikšno največjo energijo zapustijo površino fotoelektroni, če je izstopna energija 1,9 eV?
2. Zapišite valovno funkcijo elektrona, ki se giblje v določeni smeri z ostro določeno kinetično energijo 10 eV! Gostota elektronov je  $1 \text{ A/cm}^2$ .
3. Curek elektronov z energijo 10 eV zadene na pravokotni potencialni prag, ki je visok 3 eV. Kolikšen del elektronskega toka se odbije?
4. Izračunajte prepustnost pravokotne potencialne jame s širino 0,1 nm in z globino 10 eV za elektrone z različnimi kinetičnimi energijami! Komentirajte resonančne pojave!
5. Kolikšna je verjetnost za prehod elektrona z energijo 10 eV skozi pravokotno potencialno plast z višino 12 eV in z debelino 0,1 nm? Kaj pa, če je debelina plasti 1 nm ali  $0,1 \mu\text{m}$ ?

*Ideje za domače delo:*

- I. Curek elektronov, ki jih pospeši napetost 100 V, pada na dvojni potencialni skok (slika). Kolikšen del elektronov se odbije? *S takšnim potencialnim skokom lahko približno opišemo površje kovine, ki je prekrita s tanko plastjo oksida.*



## Moderna fizika

17. 12. 2013

### 1.10.KM: Vezana stanja končne in neskončne potencialne jame

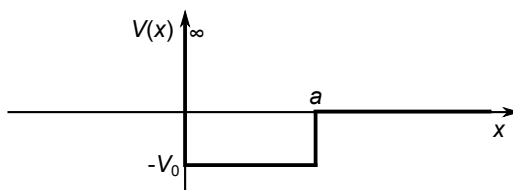
1. Poiščite energije vezanih stanj elektrona v pravokotni potencialni jami s širino 0,1 nm in z globino 10 eV!
2. Kolikšno energijo ima v osnovnem stanju elektron, ki je v neskončno globoki potencialni jami s širino 0,3 nm? Zapišite valovno funkcijo za elektron!
3. Elektron je v neskončni potencialni jami s širino  $a = 0,25$  nm [na intervalu  $x \in (0, a)$ ] v stanju, ki ga opiše valovna funkcija  $\Psi(x) = A(a - x)x$ . Kolikšna je povprečna vrednost energije elektrona v tem stanju?
4. Elektron je v neskončni potencialni jami s širino  $a = 0,6$  nm [na intervalu  $x \in (0, a)$ ] v stanju, ki ga opiše valovna funkcija

$$\Psi(x) = (5a)^{-1/2}[\sin(\pi x/a) + 3 \sin(2\pi x/a)].$$

Kolikšni sta povprečni vrednosti gibalne količine in kinetične energije elektrona v tem stanju?

*Ideje za domače delo:*

- I. Ali je elektron lahko vezan v potencialnem loncu, ki ga kaže slika? Če je, kolikšna je energija vezanega stanja? Parametri potenciala so  $V_0 = 2$  eV in  $a = 0,3$  nm.



## Moderna fizika

7. 1. 2014

### 1.11.KM: Harmonski oscilator

Harmonski oscilator opiše hamiltonka

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2. \quad (1)$$

Lastna stanja imajo energijo

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2), \quad (2)$$

kjer je  $\omega^2 = k/m$ , opiše pa jih valovna funkcija

$$\psi_n = (2^n n! \sqrt{\pi} x_0)^{-1/2} e^{-x^2/2x_0^2} H_n\left(\frac{x}{x_0}\right), \quad (3)$$

kjer je  $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$ ,  $H_n(\xi)$  pa so Hermitovi polinomi. Zanje velja

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_n}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dH_n}{d\xi} + 2nH_n &= 0 \\ \frac{dH_n(\xi)}{d\xi} &= 2nH_{n-1}(\xi) \\ \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{-\xi^2} H_n(\xi) H_m(\xi) &= \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{nm} \end{aligned}$$

in

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1 \\ H_1(\xi) &= 2\xi \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 2 \\ H_3(\xi) &= 8\xi^3 - 12\xi \\ H_4(\xi) &= 16\xi^4 - 48\xi^2 + 12 \\ H_5(\xi) &= 32\xi^5 - 160\xi^3 + 120\xi. \end{aligned}$$

Za celotno valovno funkcijo velja še

$$\begin{aligned} x\psi_n &= \sqrt{\frac{n+1}{2}} x_0 \psi_{n+1} + \sqrt{\frac{n}{2}} x_0 \psi_{n-1} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m dx &= \delta_{nm} \end{aligned}$$

1. Stanje elektrona v harmonskem potencialu v nekem trenutku opiše valovna funkcija

$$\psi(x) = A(\psi_0 + 2\psi_1 + \psi_2).$$

- (a) Kolikšna je pričakovana vrednost lege elektrona v tem stanju?  
(b) Zapišite valovno funkcijo elektrona za kasnejše čase!  
(c) Kolikšna je verjetnost, da ob času  $t = 2\pi/\omega$  najdemo elektron pri  $x > 0$ , če je meritev energije dala vrednost  $3\hbar\omega/2$ ?
2. Pričakovana vrednost koordinate:

- (a) Določite  $\langle x(t) \rangle$  za splošno nestacionarno stanje  $\psi(x, t = 0) = \sum_n c_n \psi_n$  v harmonskem oscilatorju!  
(b) Kolikšna je  $\langle x(t) \rangle$  za lastna stanja?  
(c) Določite  $\langle x(t) \rangle$  za  $\psi = 1/\sqrt{5}(\psi_{1000} + \psi_{1001} + \psi_{1002} + \psi_{1003} + \psi_{1004})$ ! Ali se amplituda tega nihanja ujema z amplitudo klasičnega nihanja z energijo  $\hbar\omega(n + 1/2)$  za  $n \approx 1000$ ?  
(d) Obravnavajte nihajno stanje molekule HCl z ravnovesno razdaljo  $R_0 = 0,13$  nm! HCl pri nihajnih prehodih oddaja svetlobo z valovno dolžino  $\lambda = 3,3$   $\mu\text{m}$ . Določite odmike od ravnovesne lege  $\langle x(t) \rangle$  za vodik, če je molekula v nihajnem stanju  $\psi(x, t = 0) = 1/\sqrt{3}(\psi_0 + \psi_1 + \psi_2)$ !
3. V harmonskem oscilatorju z dano  $\omega$  je delec z maso  $m$  ob času  $t = 0$  v stanju s skoraj natančno določeno lego  $\bar{x}$ :  $\psi(x, t = 0)$  je konstanten za  $x \in [\bar{x} - \Delta x/2, \bar{x} + \Delta x/2]$  in nič drugje;  $\Delta x \ll \bar{x}$  (približno  $\delta$  funkcija). Določite verjetnost, da pri merjenju energije izmerimo vrednost  $\hbar\omega/2$ !
4. V nekem trenutku opišemo stanje elektrona v harmonskem potencialu z valovnim paketom

$$\psi(x, t = 0) = A \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2a^2} + \frac{i\bar{p}x}{\hbar}\right). \quad (4)$$

Določite  $|A|$ ,  $\langle x \rangle$ ,  $\varphi(p)$ ,  $(\delta p)^2$ ,  $\delta p \delta x$ , pričakovano vrednost kinetične energije in verjetnostni tok!



## Moderna fizika

14. 1. 2014

### 1.12.KM: Vrtilna količina, vodikov atom

Elektron v vodikovem atomu opiše hamiltonka

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{Ze_0^2}{4\pi\epsilon_0\hat{r}}. \quad (1)$$

Operator gibalne količine v krogelnih koordinatah da

$$\frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}, \quad (2)$$

kjer je  $\hat{L}$  operator tirne vrtilne količine. Lastna stanja vrtilne količine opišemo s kvantnima številoma  $l, m$ , tako da je lastna vrednost operatorja  $\hat{L}^2$  enaka  $\hbar^2 l(l+1)$ , lastna vrednost projekcije pa  $\hbar m$ . Lastne funkcije operatorja vrtilne količine v 3D so sferni harmoniki,  $Y_{lm}$ .

Elektron v vodikovem atomu ima v lastnem stanju energijo

$$E_n = -\frac{me_0^4 Z^2}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2 n^2}, \quad (3)$$

odvisno le od glavnega kvantnega števila. Stanje opiše valovna funkcija

$$\psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi). \quad (4)$$

Radialni del je

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{a_0 n}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+1)!]^3}} e^{-r/a_0 n} \left(\frac{2r}{a_0 n}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}(2r/a_0 n), \quad (5)$$

kjer je  $a_0 = \sqrt{\hbar^2/2m(-E_n)}/n$  Bohrov radij. Kotni del pa opišejo sferni harmoniki.

1. Vodikov atom je v nestacionarnem stanju z valovno funkcijo

$$\psi = A \left[ R_{20} Y_{0,0} + \frac{1}{\sqrt{2}} R_{21} (Y_{1,1} - Y_{1,-1}) \right] (|\uparrow\rangle + 2|\downarrow\rangle).$$

- (a) S kolikšno verjetnostjo izmerimo pri merjenju velikosti vrtilne količine vrednost  $\hbar\sqrt{2}$ ?
  - (b) Kolikšni sta pričakovani vrednosti komponente vrtilne količine vzdolž osi  $z$  in velikosti vrtilne količine?
  - (c) Kolikšna je pričakovana vrednost komponente spina  $S_x$ ?
2. Kolikšna sta povprečna vrednost in koren povprečne vrednosti kvadrata oddaljenosti elektrona od jedra vodika v osnovnem stanju?
  3. Kolikšna je povprečna potencialna energija elektrona v atomu vodika v osnovnem stanju?
  4. Kolikšna je verjetnost, da naletimo v vodikovem atomu na elektron v osnovnem stanju zunaj krogle z radijem, ki je enak povprečni oddaljenosti elektrona od jedra?
  5. V danem trenutku opišemo elektron v vodikovem atomu z valovno funkcijo, ki je sorazmerna z  $R_1 + R_2$ . Poiščite ortogonalno valovno funkcijo! Kolikšno je razmerje med povprečno energijo v navedenem stanju in povprečno energijo v ortogonalnem stanju?

Table 1: Wave functions and their components					
$n$	$\ell$	$m$	$R_{nl}$	$Y_{\ell m}$	$\psi_{nlm} = R_{nl} Y_{\ell m}$
1	0	0	$2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$
2	0	0	$\left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$
2	1	0	$\left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{\sqrt{3} a_0} e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cos \theta$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos \theta$
2	1	$\pm 1$	$\left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{\sqrt{3} a_0} e^{-r/2a_0}$	$\pm \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$	$\frac{1}{8\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
3	0	0	$2 \left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a_0} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right) e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$	$\frac{81\sqrt{3\pi}}{81\sqrt{3\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right) e^{-r/3a_0}$
3	1	0	$\left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \frac{2\sqrt{2}}{3} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cos \theta$	$\frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \cos \theta$
3	1	$\pm 1$	$\left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \frac{2\sqrt{2}}{3} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$	$\pm \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$	$\frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
3	2	0	$\left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} (3 \cos^2 \theta - 1)$
3	2	$\pm 1$	$\left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0}$	$\pm \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$
3	2	$\pm 2$	$\left(\frac{1}{3a_0}\right)^{3/2} \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$	$\frac{1}{162\sqrt{6\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$

$$Y_0^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi}}$$

$$Y_1^{-1}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi}$$

$$Y_1^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta$$

$$Y_1^1(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$$

$$Y_2^{-2}(\theta, \varphi) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{-2i\varphi}$$

$$Y_2^{-1}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\varphi}$$

$$Y_2^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$Y_2^1(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\varphi}$$

$$Y_2^2(\theta, \varphi) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$$

1. KOLOKVIJ IZ MODERNE FIZIKE: 2012/13

18. 12. 2012

1. Na sferi s polmerom  $R$  je enakomerno porazdeljen naboj  $+q$ , v središču sfere pa je naboj  $-q$ . Izračunajte električno polje znotraj in zunaj sfere!
2. Po vesoljski "avtocesti" mimo Zemlje leti prva vesoljska s hitrostjo  $0,6c$ , druga pa s hitrostjo  $0,9c$ . Koliko časa druga ladja prehiteva prvo za potnika na prvi ali drugi ladji in koliko za opazovalca na Zemlji? Vsaka od vesoljskih ladij je v lastnem sistemu dolga  $50\text{ m}$ ?
3. Negativni pion s kinetično energijo  $100\text{ MeV}$  razpade v letu na elektron in antinevtrino. Kolikšna je kinetična energija elektrona, ki odleti v smeri, v katero se je gibal pion? Nevtrino odleti v nasprotni smeri. Masi negativnega piona in elektrona sta  $140\text{ MeV}$  in  $0,5\text{ MeV}$ , nevtrino pa nima mase.
4. V nekem inercialnem sistemu izmerimo, da sta električno in magnetno polje pravokotna drug na drugega. Pokažite, da tak kot med poljema izmerijo tudi opazovalci v drugih inercialnih sistemih! (Razen v sistemu, v katerem je eno od polj enako 0.)

Uspešno!

2. KOLOKVIJ IZ MODERNE FIZIKE: 2012/13

27. 2. 2013

1. Curek elektronov z energijo 10 eV zadene na pravokotni potencialni prag, ki je visok 4 eV. Kolikšen del elektronskega toka se odbije?
2. Za vodikov atom v osnovnem stanju izračunajte pričakovano vrednost oddaljenosti elektrona od jedra in pričakovano vrednost gibalne količine elektrona v radialni smeri!
3. Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih (med dvema zaporednima stanjema) oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino 3,3  $\mu\text{m}$ . V nekem trenutku opiše stanje molekule valovna funkcija

$$\psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0 + \psi_1),$$

kjer so  $\psi_n$  valovne funkcije stacionarnih stanj harmonskega oscilatorja. Kolikšna je energija osnovnega stanja? Zapišite valovno funkcijo zgoraj zapisanega stanja za kasnejše čase  $t$ ! Kako se s časom spreminja pričakovana vrednost odmika  $x$ ?

4. Poiščite lastna stanja in lastne energije kvantnomehanskega sistema s Hamiltonko

$$\hat{H} = \mu_B \vec{B} \cdot \hat{\vec{\sigma}},$$

kjer je  $\vec{B} = B(\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$ ,  $\hat{\vec{\sigma}} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  ter  $\sigma_i$  Paulijeve matrike  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$  in  $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ! V sistemu teh lastnih stanj zapišite stanje  $\Phi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ !

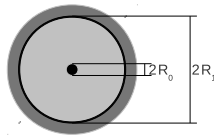
*Pojasnilo: Naloga se nanaša na polariziran elektron/curek elektronov, ki vpade v prostor z magnetnim poljem, nagnjenim glede na smer polarizacije. Magnetno polje razcepi curek v skladu z razcepom po lastnih stanjih. Poskus je znan kot Stern-Gerlachov poskus.*

Uspešno!

1. IZPIT IZ MODERNE FIZIKE: 2012/13

27. 2. 2013

1. Koaksialni kabel je sestavljen iz električnega vodnika s polmerom  $R_0$ , ki ga obdaja izolacija, zatem sledi tanek pleteni oklep iz električnega prevodnika, polmer oklepa je  $R_1$ , in na koncu še plast iz odporne plastike za zaščito. Po notranjem vodniku teče tok  $I$ , po oklepu iz električno prevodne snovi pa enak tok, a v nasprotni smeri. Izračunajte magnetno polje v različnih delih prostora v kablju in zunaj njega!



2. Vesoljska ladja z dolžino 100 m se giblje mimo Zemlje s hitrostjo  $0,6c$ . Iz zadnjega krajišča ladje izstrelijo proti sprednjemu kroglo. Opazovalec na Zemlji izmeri, da prileti krogla do sprednjega krajišča ladje v  $1 \mu s$ . Kolikšna je hitrost krogle, merjeno bodisi na Zemlji, bodisi v vesoljski ladji?
3. Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih (med dvema zaporednima stanjema) oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino  $3,3 \mu m$ . V nekem trenutku opiše stanje molekule valovna funkcija

$$\psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0 + \psi_1),$$

kjer so  $\psi_n$  valovne funkcije stacionarnih stanj harmonskega oscilatorja. Kolikšna je energija osnovnega stanja? Zapišite valovno funkcijo zgoraj zapisanega stanja za kasnejše čase  $t$ ! Kako se s časom spreminja pričakovana vrednost odmika  $x$ ?

4. Poiščite lastna stanja in lastne energije kvantnomehanskega sistema s Hamiltonko

$$\hat{H} = \mu_B \vec{B} \cdot \hat{\sigma},$$

kjer je  $\vec{B} = B(\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$ ,  $\hat{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  ter  $\sigma_i$  Paulijeve matrike  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$  in  $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ! V sistemu teh lastnih stanj zapišite stanje  $\Phi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ !

*Pojasnilo: Naloga se nanaša na polariziran elektron/curek elektronov, ki vpade v prostor z magnetnim poljem, nagnjenim glede na smer polarizacije. Magnetno polje razcepi curek v skladu z razcepom po lastnih stanjih. Poskus je znan kot Stern-Gerlachov poskus.*

Uspešno!

IZPIT IZ MODERNE FIZIKE: 2012/13

27. 3. 2013

1. V enakomerno nabito kroglo s polmerom  $R$  izdolbemo okroglo votlino s polmerom  $R/4$ . Središče votline je za  $R/2$  oddaljeno od središča krogle. Izračunajte električno silo na nabit delec, ki se nahaja znotraj votline, na zveznici obeh središč!
2. Za vodikov atom v osnovnem stanju izračunajte pričakovano vrednost oddaljenosti elektrona od jedra in pričakovano vrednost gibalne količine elektrona v radialni smeri!

3. Stanje elektrona v harmonskem potencialu v nekem trenutku opiše valovna funkcija

$$\psi(x) = A(2\psi_0 - \psi_1 + 3\psi_2).$$

Kolikšna je pričakovana vrednost lege elektrona v tem stanju? Zapišite valovno funkcijo elektrona za kasnejše čase!

4. Nevtralni pion s kinetično energijo 6 GeV razpade na dva fotona. Kolikšna je energija fotona, ki odleti v smeri piona, in kolikšna drugega fotona, ki odleti v nasprotni smeri? Kolikšna pa je energija vsakega od fotonov, če odletita simetrično glede na smer piona? Pod kolikšnim kotom odletita? Masa piona je  $135 \text{ MeV}/c^2$ .

Uspešno!

1. KOLOKVIJ IZ MODERNE FIZIKE: 2013/14

12. 12. 2013

1. Na krogelni lupini z notranjim polmerom  $R$  in zunanjim polmerom  $2R$  je enakomerno porazdeljen naboj  $+q$ , v njenem središču pa je naboj  $-q$ . Izračunajte električno poljsko jakost za poljubno točko v prostoru! Kolikšna je potencialna razlika med notranjo in zunanjo površino lupine?
2. Na sredini intergalaktičnega vlaka prižgejo v nekem trenutku luč. Kdaj pride svetloba do potnikov na obeh skrajnih koncih vlaka? Vlak je dolg 200 metrov. Kdaj pa pride svetloba do teh potnikov za opazovalca na drugem intergalaktičnem vlaku, če se prvi vlak oddaljuje od njega s hitrostjo  $0,7 c$ ?
3. Antinevtrino zadene mirujoči proton, pri čemer nastaneta nevtron in pozitron. Pozitron odleti v smeri naprej s kinetično energijo 185 MeV. Kolikšna je bila energija mionskega antinevtrina? Kolikšna je relativna hitrost nastalih delcev? Mirovna energija protona je 938,3 MeV, nevtrona 939,6 MeV in pozitrona 0,5 MeV; masa antinevtrina je zanemarljivo majhna.
4. Negativni pioni se gibljejo v prečnem homogenem magnetnem polju z gostoto 0,5 T po krogu s polmerom 3 m. Kolikšno pot naredijo v povprečju, preden razpadejo? Mirovna energija negativnega piona je 139,6 MeV, lastni razpadni čas pa  $2,6 \times 10^{-8}$  s. Preden so pioni vstopili v prostor z magnetnim poljem, so jih iz mirovanja pospešili v 3,2 km dolgem linearnem pospeševalniku. Kolikšna je bila jakost homogenega električnega polja v pospeševalniku?

Uspešno!

2. KOLOKVIJ IZ MODERNE FIZIKE: 2013/14

10. 2. 2014

1. Curek elektronov z energijo 10 eV zadene na pravokotni potencialni prag, ki je visok 14 eV. Kolikšen del elektronskega toka se odbije? Kolikšna je amplituda prepuščenega dela valovne funkcije v primerjavi z amplitudo vstopnega dela valovne funkcije?
2. Elektron se nahaja v osnovnem stanju neskončne potencialne jame s širino  $a$ . V nekem trenutku se jama razširi na dvojno širino. S kolikšno verjetnostjo se za tem elektron nahaja v osnovnem stanju nove jame? Kolikšna je po razširitvi jame pričakovana vrednost energije?
3. Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih (prehodi med dvema zaporednima stanjema) oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino  $3,3 \mu\text{m}$ . V nekem trenutku opiše stanje molekule valovna funkcija

$$\psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_2),$$

kjer so  $\psi_n$  valovne funkcije stacionarnih stanj harmonskega oscilatorja. Kolikšna je energija osnovnega stanja tega harmonskega oscilatorja? Zapišite valovno funkcijo zgoraj zapisanega stanja za kasnejše čase  $t$ ! Kako se s časom spreminja pričakovana vrednost odmika  $x$ ?

4. Stanje elektrona zadnje lupine litija opiše valovna funkcija

$$\Psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) \exp(-r/2a_0).$$

Izračunajte pričakovano vrednost oddaljenosti tega elektrona od jedra in pričakovano vrednost njegove gibalne količine v radialni smeri!

Uspešno!