

dr. Andreja Šarlah

Teorijska fizika II

(FMF, Pedagoška fizika, 2010/11)

kolokviji in izpiti

Vsebina

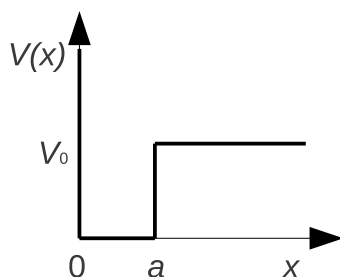
Kvantna mehanika	2
1. kolokvij	2
2. kolokvij	4
1. izpit	5
2. izpit	6
3. izpit (2014)	7
Termodinamika in statistična fizika	8
1. kolokvij	8
2. kolokvij	9
1. izpit	10
2. izpit	11

1. KOLOKVIJ IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11
29. 11. 2010

1. V nekem trenutku opiše stanje elektrona v neskončni potencialni jami, $x \in [0, a]$, valovna funkcija

$$\psi(x, t = 0) = Ax(a - x).$$

- (a) Normirajte valovno funkcijo!
 - (b) Določite koeficiente v razvoju po lastnih stanjih!
 - (c) Kolikšna je verjetnost, da po času t pri merjenju energije dobimo vrednost $E = 4\hbar^2\pi^2/2ma^2$?
 - (d) Kolikšna je verjetnost, da po času t najdemo delec pri $x > a/2$?
2. Elektron se nahaja v potencialni jami, kot jo kaže slika; $V_0 = 1$ eV, $a = 2$ nm.
- (a) Zapišite Schrödingerjevo enačbo za ta sistem, pogoje za valovno funkcijo (robne pogoje, pogoje zveznosti,...) in nastavek za valovno funkcijo!
 - (b) Izračunajte energije vezanih stanj! (Zadošča grafična rešitev enačbe, ki določa energije!) Koliko jih je? Koliko pa bi jih bilo za mion (masa miona je $105,6$ Mev/ c^2)?
 - (c) Zapišite valovno funkcijo osnovnega stanja! Kolikšna je v tem stanju verjetnost, da se delec nahaja izven jame?



3. Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino $3,3 \mu\text{m}$. V nekem trenutku opiše stanje molekule valovna funkcija

$$\psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0 + \psi_1),$$

kjer so ψ_n valovne funkcije stacionarnih stanj harmonskega oscilatorja.

... nadaljevanje na naslednji strani \rightarrow

- (a) Kolikšna je energija osnovnega nihajnega načina?
- (b) Zapišite valovno funkcijo nihajnega stanja za kasnejše čase t !
- (c) Kolikšna je po času $t = \pi/4\omega$ pričakovana vrednost odmika atoma vodika od ravnovesne lege?
- (d) Izračunajte, kako se za splošno nihajno stanje $\psi = \sum_n c_n \psi_n$ s časom spreminja pričakovana vrednost $\langle p \rangle$! *Namig: pomagajte si z zvezami za Hermitove polinome in z zvezami za valovne funkcije lastnih stanj harmonskega oscilatorja.*

Uspešno!

Nekaj pripomočkov

$$\begin{aligned} \int \sin x dx &= -\cos x \\ \int x \sin x dx &= -x \cos x + \sin x \\ \int x^2 \sin x dx &= (2 - x^2) \cos x + 2x \sin x \\ \int x^3 \sin x dx &= -x(-6 + x^2) \cos x + 3(-2 + x^2) \sin x \\ \int x^4 \sin x dx &= -(24 - 12x^2 + x^4) \cos x + 4x(-6 + x^2) \sin x \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 H_n}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dH_n}{d\xi} + 2nH_n = 0$$

$$\frac{dH_n(\xi)}{d\xi} = 2nH_{n-1}(\xi)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{-\xi^2} H_n(\xi) H_m(\xi) = \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{nm}$$

$$x\psi_n = \sqrt{\frac{n+1}{2}} x_0 \psi_{n+1} + \sqrt{\frac{n}{2}} x_0 \psi_{n-1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m dx = \delta_{nm}$$

2. KOLOKVIJ IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11
31. 1. 2011

1. V nekem trenutku je delec v nestacionarnem stanju, ki ga opiše valovna funkcija

$$\psi(\vec{r}) = \mathcal{N}(1 + \sqrt{\alpha}z) \exp(-\alpha r^2).$$

S kolikšno verjetnostjo izmerimo pri merjenju velikosti vrtilne količine vrednost $\hbar\sqrt{6}$ in s kolikšno vrednost $\hbar\sqrt{2}$? Kolikšna je pričakovana vrednost komponente vrtilne količine vzdolž osi z ? Skicirajte obliko "orbitale" za to stanje!

2. Zapišite spinski del valovne funkcije elektrona, tako da bo pričakovana vrednost komponente spina v smeri osi z enaka $\hbar/8$! Zapišite še valovno funkcijo, ki je na prvo ortogonalna! Kolikšna je pričakovana vrednost energije obeh stanj v homogenem magnetnem polju vzdolž osi z in z gostoto 0,1 T?
3. Zapišite člen popravka hamiltonke za vodikov atom ob upoštevanju končne velikosti jedra! Za koliko se v I. redu teorije motenj spremeni energija osnovnega stanja. Jedro obravnavajte kot enakomerno nabito kroglo s polmerom $R \ll r_B$ in z nabojem e_0 .

Uspešno!

1. IZPIT IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11, ZIMSKI SEMESTER
4. 3. 2011

1. V nekem trenutku se prost delec nahaja v stanju, ki ga v k prostoru opiše valovna funkcija

$$\varphi(k) = \begin{cases} A \sin(k\lambda + \frac{\pi}{4}) & , k \in [-k_0, 3k_0] \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases},$$

kjer je $\lambda = \pi/4k_0$.

- (a) Zapišite valovno funkcijo tega stanja v koordinatnem prostoru v začetnem trenutku in za kasnejše čase!
- (b) Kolikšna je verjetnost, da se delec v tem stanju giblje v pozitivni smeri?
2. Vodikov atom je v nestacionarnem stanju z valovno funkcijo

$$\psi = A \left[R_{20}Y_{0,0} + \frac{1}{\sqrt{2}}R_{21}(Y_{1,1} - Y_{1,-1}) \right] (|\uparrow\rangle + 2|\downarrow\rangle).$$

- (a) S kolikšno verjetnostjo izmerimo pri merjenju velikosti vrtilne količine vrednost $\hbar\sqrt{2}$?
- (b) Kolikšni sta pričakovani vrednosti komponente vrtilne količine vzdolž osi z in velikosti vrtilne količine?
- (c) Kolikšna je pričakovana vrednost komponente spina S_x ?
3. Elektron se giblje v potencialu

$$V(x) = \begin{cases} \infty & , x < 0 \text{ in } x > a \\ aV_0\delta(x - \frac{a}{4}) - 2aV_0\delta(x - \frac{a}{2}) + aV_0\delta(x - \frac{3a}{4}) & , 0 < x < a \end{cases},$$

kjer je $a = 1$ nm in $V_0 = 0,01$ eV.

- (a) Preverite in argumentirajte, ali je upravičena obravnava sistema kot perturbirane neskončne potencialne jame!
- (b) V I. redu teorije motenj določite popravek k energiji osnovnega in tretjega vzbujenega lastnega stanja neskončne potencialne jame!
- (c) S kolikšno verjetnostjo se v okviru I. reda teorije motenj nahaja elektron, ki je v osnovnem stanju perturbiranega potenciala, v prvem, drugem in tretjem vzbujenem stanju neperturbirane neskončne potencialne jame?

Uspešno!

2. IZPIT IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11, ZIMSKI SEMESTER
26. 8. 2011

1. V nekem trenutku opiše stanje elektrona v neskončni potencialni jami, $x \in [0, a]$ in $a = 2$ nm, valovna funkcija

$$\psi(x) = A[\sin(\pi x/a) + \sin(3\pi x/a) + \sin(5\pi x/a)].$$

- (a) Kolikšna je verjetnost, da se elektron v tem trenutku nahaja v osnovnem stanju?
(b) Kolikšna je pričakovana vrednost energije?
(c) Zapišite valovno funkcijo tega elektrona za kasnejše čase!
2. Vodikov atom je v nestacionarnem stanju z valovno funkcijo

$$\psi = A(R_{20}Y_{0,0} + R_{21}Y_{1,1})(|\uparrow\rangle + 2|\downarrow\rangle),$$

kjer $|\dots\rangle$ označuje spinski del valovne funkcije .

- (a) Kolikšni sta pričakovani vrednosti velikosti vrtilne količine in komponente vrtilne količine vzdolž osi z ?
(b) Kolikšna je pričakovana vrednost komponente spina S_y ?
3. Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja 1D harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino $3,3 \mu\text{m}$. Razmere se spremenijo tako, da nihajna stanja opiše harmonski oscilator s šibko linearno komponento,

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 + Cx,$$

kjer je $C = 0,08$ eV/nm.

- (a) S kolikšno verjetnostjo se v okviru I. reda teorije motenj nahaja molekula HCl, ki je v osnovnem stanju perturbiranega potenciala, v prvem in s kolikšno v drugem vzbujenem stanju neperturbiranega harmonskega oscilatorja?
(b) Za koliko se v okviru I. reda teorije motenj spremeni valovna dolžina svetlobe, ki jo molekula odda pri nihajnih prehodih? Ali je odvisna od začetnega stanja molekule?

Namig: Med stacionarnimi stanji harmonskega oscilatorja velja zveza $x\psi_n = \sqrt{\frac{n+1}{2}}x_0\psi_{n+1} + \sqrt{\frac{n}{2}}x_0\psi_{n-1}$, kjer je $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$, stacionarna stanja ψ_n pa so ortonormirana.

Uspešno!

- Elektron se nahaja v osnovnem stanju neskončne potencialne jame, $x \in (0, a)$. V nekem trenutku se jama razširi na dvojno širino, $x \in (0, 2a)$.
 - Zapišite valovno funkcijo elektrona, preden se jama razširi!
 - S kolikšno verjetnostjo se za tem elektron nahaja v osnovnem stanju nove jame?
 - Kolikšna je po razširitvi jame pričakovana vrednost energije?

- Vodikov atom je v nestacionarnem stanju z valovno funkcijo

$$\psi = A (R_{30}Y_{0,0} + 2R_{31}Y_{1,1} + R_{32}Y_{2,-1}) \chi,$$

kjer je χ normiran spinski del valovne funkcije.

- Kolikšni sta pričakovani vrednosti velikosti vrtilne količine in komponente vrtilne količine vzdolž osi z ?
 - Kolikšna je pričakovana vrednost komponente spina S_y ?
 - Pričakovana vrednost spina tega elektrona naj bo $\hbar/8$. Zapišite spinski del valovne funkcije, ki ustreza temu pogoju! Ali je rešitev enolična?
 - Dodatno vprašanje: Kolikšna je za ta elektron pričakovana vrednost magnetne energije v magnetnem polju z gostoto 0,1 T?*
- Nihajna stanja molekul dobro opišemo kot stanja 1D harmonskega oscilatorja. Pri nihajnih prehodih (med zaporednima stanjema) oddaja molekula HCl svetlobo z valovno dolžino $3,3 \mu\text{m}$. Razmere se spremenijo tako, da nihajna stanja opiše harmonski oscilator s šibko kubično komponento,

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 + Cx^3,$$

kjer je $C = 0,08 \text{ eV/nm}^3$.

- S kolikšno verjetnostjo se v okviru I. reda teorije motenj nahaja molekula HCl, ki je v osnovnem stanju perturbiranega potenciala, v prvem vzbujenem stanju neperturbiranega harmonskega oscilatorja?
- Za koliko se v okviru I. reda teorije motenj spremeni valovna dolžina svetlobe, ki jo molekula odda pri nihajnih prehodih? Ali je odvisna od začetnega stanja molekule?

Namig: Med stacionarnimi stanji harmonskega oscilatorja velja zveza

$x\psi_n = \sqrt{\frac{n+1}{2}}x_0\psi_{n+1} + \sqrt{\frac{n}{2}}x_0\psi_{n-1}$, kjer je $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$, stacionarna stanja ψ_n pa so ortonormirana.

Uspešno!

3. KOLOKVIJ IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11
21. 4. 2011

1. S kilogramom butana, ki je sprva pri 0°C , opravimo naslednjo krožno spremembo: najprej izohorno podvojimo tlak, nato plin adiabatno razpnemo, zatem pa izotermno stisnemo, da se vrnemo v začetno stanje. Skicirajte opisano spremembo na diagramu $p - V$ in izračunajte izkoristek procesa! Podatki za butan: $M = 58 \text{ kg/kmol}$, $c_V = 360 \text{ J/kgK}$, $\kappa = 1,4$.

2. Susceptibilnost feromagneta nad temperaturo faznega prehoda T_c podaja zveza

$$\chi = \frac{a}{T - T_c},$$

kjer je $a = 4400 \text{ K}$ in $T_c = 17^{\circ}\text{C}$.

(a) Za koliko se spremeni entropija vzorca z maso 10 g , ko pri 27°C izotermno vključimo polje jakosti 104 A/m ?

(b) Izračunajte razliko specifičnih toplot $c_H - c_M$ v magnetnem polju jakosti 104 A/m pri temperaturi 27°C !

Gostota feromagneta se ne spreminja in znaša 7900 kg/m^3 .

3. Pri tvorbi plinastega vodikovega klorida iz plinastih vodika in klora $\text{H}_2 + \text{Cl}_2 \rightleftharpoons 2\text{HCl}$ namerimo v reaktorju pri 25°C naslednje ravnovesne delne tlake: $p_{\text{H}_2} = p_{\text{Cl}_2} = 0,03 \text{ bar}$ in $p_{\text{HCl}} = 0,94 \text{ bar}$. Za koliko se spremenijo, če reaktor segrejemo za 20°C in pri tem tlak vzdržujemo konstanten? Privzemite, da je v obravnavanem temperaturnem intervalu tvorben entalpija vodikovega klorida konstantna in znaša $-92,31 \text{ MJ/kmol}$.

Naloge so po vrsti vredne $3/4$, $1 +$ in $1 +$ točke.

Uspešno!

4. KOLOKVIJ IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11

9. 6. 2011

1. Skozi središče planeta z maso 2×10^{28} kg in s polmerom 105 km izvrtamo ozek raven predor in ga napolnimo z argonom pri temperaturi 100 K. Potencialna energija atoma z maso m na razdalji r od središča planeta znaša $GmMr^2/2R^3$, kjer je $G = 6,67 \times 10^{11}$ Nm²/kg². Izračunajte toplotno kapaciteto argona v predoru! Kilomolska masa argona znaša 40 kg/kmol.
Namig: Ocenite širino porazdelitve plina po koordinati vzdolž predora!
2. V posodi s prostornino 1 m³ imamo dvoatomni plin pri 1 mbar in 25 K. Izračunajte spremembo rotatorske entropije, ko segrejemo plin s 25 K na 30 K! Značilna rotatorska temperatura $\hbar^2/2Ik_B$ znaša 86 K.
3. Kolikšen je pri absolutni ničli in tlaku $3,2 \times 10^{28}$ Pa kemijski potencial idealnega elektronskega plina v ultrarelativistični limiti? Zapišite gostoto stanj v tej limiti! V ultrarelativistični limiti velja med energijo in gibalno količino zveza $E = cp$, kjer je c hitrost svetlobe.

Naloge so vredne po eno točko.

Uspešno!

1. IZPIT IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11, LETNI SEMESTER
30. 6. 2011

1. Enačba stanja gumijaste vrvice se glasi

$$\frac{\mathcal{F}}{A} = aT \left(\frac{l}{l_0} - \frac{l_0^2}{l^2} \right),$$

kjer pomeni \mathcal{F} natezno silo, T temperaturo, l dolžino vrvice, A in l_0 sta presek ter dolžina neobremenjene vrvice in $a = 50 \text{ N/m}^2\text{K}$. Koliko dela opravimo, ko sprva neobremenjeno vrvico z maso 220 g pri 20°C izotermno raztegnemo na dvojno dolžino? Kolikšna je razlika specifičnih toplot $c_{\mathcal{F}} - c_l$ pri dvojni dolžini vrvice? Gostota gume znaša 1100 kg/m^3 .

2. Plin dendrimerskih molekul veže parska interakcija

$$\phi(r) = \phi_0 e^{-(r/\sigma)^2},$$

s $\phi_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ eV}$ in $\sigma = 5 \text{ nm}$. Pri 300 K je v m^3 plina 10^{24} molekul. Izračunajte drugi virialni koeficient! Za koliko odstotkov odstopa pri teh pogojih tlak plina od rezultata za idealni plin?

3. V molekuli Cl_2 je prvo vzbujeno enoelektronsko stanje le malo nad osnovnim stanjem, druga vzbujena stanja pa imajo dosti višjo energijo. Osnovno stanje je štirikrat degenerirano, prvo vzbujeno pa dvakrat. Kolikšen je pri 800 K elektronski prispevek k entropiji molekule klora? Prehodu med prvim vzbujenim stanjem in osnovnim stanjem ustreza svetloba z valovno dolžino $11,35 \mu\text{m}$.

Uspešno!

2. IZPIT IZ TEORIJSKE FIZIKE II: 2010/11, LETNI SEMESTER
4. 11. 2011

1. Enačba stanja gumijaste vrvice se glasi

$$\frac{\mathcal{F}}{A} = aT \left(\frac{l}{l_0} - \frac{l_0^2}{l^2} \right),$$

kjer pomeni \mathcal{F} natezno silo, T temperaturo, l dolžino vrvice, A in l_0 sta presek ter dolžina neobremenjene vrvice in $a = 50 \text{ N/m}^2\text{K}$. Koliko dela opravimo, ko sprva neobremenjeno vrstico z maso 220 g pri 20°C izotermno raztegnemo na dvojno dolžino? Kako se s silo spreminja specifična toplota pri konstantni sili, $c_{\mathcal{F}}$? Gostota gume znaša 1100 kg/m^3 .

2. Plin dendrimerskih molekul veže parska interakcija

$$\phi(r) = \phi_0 e^{-r/\sigma},$$

s $\phi_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ eV}$ in $\sigma = 5 \text{ nm}$. Pri 300 K je v m^3 plina 10^{24} molekul. Izračunajte drugi virialni koeficient! Za koliko odstotkov odstopa pri teh pogojih tlak plina od rezultata za idealni plin?

3. V molekuli Cl_2 sta prvi dve vzbujeni stanji glede na neko prostostno stopnjo le malo nad osnovnim stanjem, ostala vzbujena stanja pa imajo dosti višjo energijo. Osnovno stanje je osemkrat degenerirano, prvo vzbujeno štirikrat, drugo vzbujeno pa dvakrat. Kolikšen je pri 800 K prispevek te prostostne stopnje k entropiji molekule klora? Prehodu med prvim vzbujenim stanjem in osnovnim stanjem ustreza svetloba z valovno dolžino $22,70 \mu\text{m}$, prehodu med drugim in prvim vzbujenim stanjem pa svetloba z valovno dolžino $11,35 \mu\text{m}$.

Uspešno!