Poglavje 15

Magnetne lastnosti snovi

V snovi, ki jo postavimo v zunanje magnento polje, nastane magnetni moment, kar opišemo z magnetizacijo $\mathbf{M}$, to je gostoto magnetnega momenta. V snoveh, ki niso feromagnetne, to je, njihova magnetizacija je nič, če ni zunanjega polja, je magnetizacija sorazmerna z jakostjo magnetnega polja:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$$

Sorazmernostni koeficient je *magnetna susceptibilnost.* Gostota magnetnega polja je

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \frac{\mu_0}{\chi}(\chi + 1)\mathbf{M}$$

Magnetna susceptibilnost je vedno mnogo manjša od ena, tako da je tudi

$$\mathbf{M} = \frac{\chi}{\mu_0}\mathbf{B} \tag{15.1}$$

Spomnimo se še, da predstavlja $\mu_0\mathbf{H}$ del gostote magnetnega polja, ki izivira iz makroskopskih tokov. $\mu_0\mathbf{M}$ je torej magnetno polje, ki ga prispevajo magnetni momenti snovi.

Magnetna susceptibilnost je lahko pozitivna ali negativna. V prvem primeru je snov *paramagnetna*, v drugem pa *diamagnetna*.

15.1 Paramagnetizem

Poglejmo si najprej paramagnetizem. V paramagnetnih snoveh imamo atome, ki imajo lasten magnetni moment. Pri obravnavi atomov smo videli, da je magnetni moment atomov sorazmeren z vrtilno količino atoma in je sestavljen iz tirnega in spinskega dela. Vzemimo najpreprostejši primer, da ima vsak atom en nesparjen elektron, tako da je $S = 1/2$, tirna vrtilna količina pa naj bo 0. Če ni zunanjega polja, so magnetni momenti atomov neurejeni, tako da je povprečni moment nič in je tudi $\mathbf{M}$ =0. Predpostavmi tudi, da je interakcija med magnetnimi momenti zanemarljiva, tako da so med seboj neodvisni.

Magnetni moment atoma je

$$\boldsymbol{\mu} = -2\frac{\mu_B}{\hbar}\mathbf{S}$$

Faktor 2 je žiromagnetno razmerje elektrona. Komponenta z je

$$\mu_z = -2\mu_B m_s = \pm\mu_B$$

kjer smo upos”tevali, da je projekcija z spinske vrtilne količine $m_s\hbar = \pm 1/2\,\hbar$. Naj ima zunanje magnetno polje smer z. Energija spinskega magnetnega momenta v magnetnem polju je

$$W_m = -\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B} = -\,\mu_z B = \mp\mu_B\, B$$

Negativni znak velja za magntetni moment v smeri zunanjega polja.

V polju B =1 T je $W_m = 5,8\cdot 10^{-5}$ eV<< $k_B T$. Zato bo le del magnetnih momentov usmerjen v smeri zunanjega polja. Verjetnost, da je atom v stanju z dano smerjo magnetnega momenta, je podana s kanonično porazdelitvijo

$$P_\pm = \frac{1}{Z}e^{\pm\beta\mu_B B}$$

Vsota verjetnosti za obe smeri mora biti 1, tako da je

$$Z = e^{\beta\mu_B B} + e^{-\beta\mu_B B}$$

Popvrečna vrednost magnetnega momenta je

$$\begin{aligned}\overline{\mu_z} &= \frac{1}{Z}\left(\mu_B P_+ - \mu_B P_-\right) = \frac{\mu_B\left(e^{\beta\mu_B B} - e^{-\beta\mu_B B}\right)}{e^{\beta\mu_B B} + e^{-\beta\mu_B B}} \\ &= \mu_B \tanh\frac{\mu_B B}{k_B T}\end{aligned}$$

Magnetizacija je gostota magnetnega mometna, to je produkt povprečnega magnetnega momenta atomov in gostote atomov. Tako imamo Langevinovo formulo

$$M = \frac{N}{V}\mu_B \tanh\frac{\mu_B B}{k_B T}$$

Pri temperaturah blizu sobne je $\mu_B B << k_B T$ in lahko uporabimo le prvi člen potenčne vrste $\tanh(x) = x$:

$$M = \frac{N}{V}\frac{\mu_B^2}{k_B T}B$$

Magnetna suscpetibilnost je po 15.1

$$\chi = \mu_0 \frac{N}{V}\frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

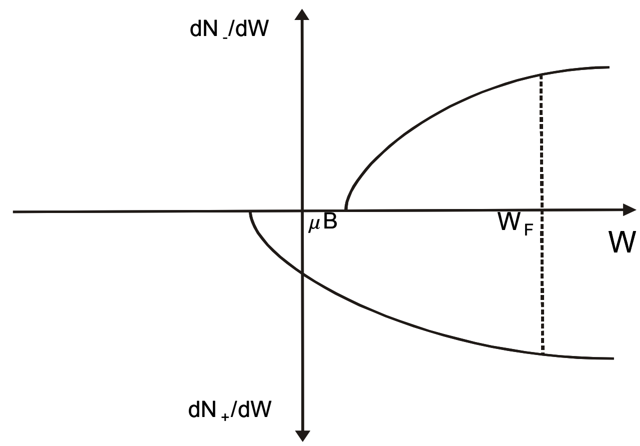
Susceptibilnost je obratno sorazmerna s temperaturo, kar je znano kot Curiejev zakon. Dobro velja za izolatorje, v katerih so atomi z magnetnimi momenti.

Vzemimo kot primer modro galico ($CuSO_4$). Baker ima spinski magnetni moment 1/2. Gostota bakrovih atomov je $1{,}4\cdot 10^{28}/\mathrm{m}^3$, tako da je

$$\begin{aligned}\chi &= 4\pi\cdot 10^{-7}\mathrm{Vs/Am}\cdot 1,4\cdot 10^{28}\mathrm{m}^{-3}\cdot 9,3\cdot 10^{-24}\mathrm{Am}^2\frac{5,8\cdot 10^{-5}e\mathrm{V/T}}{0.025\mathrm{eV}} = \\ &= 3,8\cdot 10^{-4}\end{aligned}$$

15.1.1 Paramagnetizem kovin

V kovinah moramo ravnati drugače. V valenčnem pasu so elektroni skoraj prosti in zasedajo vsa stanja do Fermijeve energije. Če ni magnetnega polja, je energija stanja neodvisna od projekcije spina, v zunanjem magnetnem polju pa je energija elektronov s komponento z magnetnega momenta v smeri polja manjša kot elektronov z nasprotnim magnetnim momentom. Še vedno so polna vsa stanja do Fermijeve energije.



Energija elektronov z magnetnim momentom v smeri polja je manjša za $\mu_B B$, z nasprotnim momentom pa za $\mu_B B$ večja. Obravnavajmo posebej pozitivno in negativno usmerjene elektrone. Porazdelitev po energiji ima za oboje enako obliko kot če ni polja, le da je enkrat premaknjena za $-\mu_B B$, drugič pa za $\mu_B B$, kot kaže slika. Ker je $\mu_B B << W_F$, se vrednost Fermijeve energije v polju skoraj nič ne spremeni. Gostota stanj za elektrone z določeno smerjo spina je $dg_+ = 1/2\, dg = 1/2 AV\sqrt{W + \mu_B B.}$ Tako je število elektronov s pozitivnim magnetnim momentom

$$
\begin{aligned}
N_+ &= \int_{-\mu_B B}^{W_F} dg_+ = \frac{1}{2} AV \int_{-\mu_B B}^{W_F} \sqrt{W + \mu_B B} dW = \\
&= \frac{1}{3} AV \left(W + \mu_B B\right)^{3/2} = \frac{1}{3} AV W_F^{3/2} \left(1 + \frac{3}{2}\frac{\mu_B B}{W_F}\right)
\end{aligned}
$$

V zadnjem koraku smo upoštevali, da je $\mu_B B << W_F$. Velja še, da je število vseh elektronov $N = 2/3\, AV W_F^{3/2}$, tako da je

$$
N_+ = \frac{1}{2} N \left(1 + \frac{3}{2}\frac{\mu_B B}{W_F}\right)
$$

Podobno je število elektronov z nasprotnim magnetnim momentom

$$N_- = \frac{1}{2}N\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\mu_B B}{W_F}\right)$$

Magnetizacija Fermijevega plina elektronov je

$$M = \mu_B\left(\frac{N_+}{V} - \frac{N_-}{V}\right) = \frac{3N\,\mu_B^2}{2VW_F}B$$

in je magnetna susceptibilnost

$$\chi = \frac{3N\,\mu_B^2}{2VW_F}$$

Susceptibilnost degeneriranega Fermijevega plina elektronov je torej neodvisna od temperature. Ker je W_F okoli stokrat večja od k_BT, je paramagnetnost enostavnih kovin, na primer Na, precej manjša kot v primeru Langevinovega paramagnetizma izolatorjev.

15.2 Diamagnetizem

Snovi, v katerih ni atomov ali molekul z delno zapolnjenimi orbitalami ali spinom, so diamagnetne, to je, njihova magnetna susceptibilnost je negativna. Diamagnetizem si lahko razložimo s klasično sliko. Elektroni pri gibanju okoli jeder predstvljajo mikroskopske tokovne zanke. Ko vključimo magnetni polje, se v njih inducira napetost, ki je po Lenzovem pravilu taka, da tok, ki ga požene, zmanjšuje magnetni pretok skozi zanko. To pomeni, da je inducirani magnetni moment usmerjen nasproti magnetnemu polju in je zato susceptibilnost negativna. Za račun je potrebna zahtevnejša kvantna obravnava.

Diamagnetni prispevek k susceptibilnosti je prisoten v vseh snoveh, le da je paramagnetni del, kadar obstoja, praviloma večji in prevlada.

15.3 Feromagnetizem

V nekaterih snoveh je magnetizacija različna od nič tudi, kadar ni zunanjega magnetnega polja. Take snovi so *feromagnetne.* Atomi v njih imajo spin in magnetni moment. Ti med seboj interagirajo, zaradi česar se pri dovolj nizki temperaturi uredijo. V najpreprostejši obliki lahko interakcijo med dvema sosednjima spinoma zapišemo kot

$$W_{ij} = -J\ S_{zi} S_{zj}$$

Ta interakcija ni posledica magnetnega polja enega magnetnega mome, ki deluje na durgega, ta direktna dipolna interakcija je prešibka. Izvira iz prekrivanja atomskih orbital na sosednjih atomih in je neke vrste izmenjalna elektrostatska interakcija. Predznak sklopitvene konstante J le lahko pozitiven ali negativen.

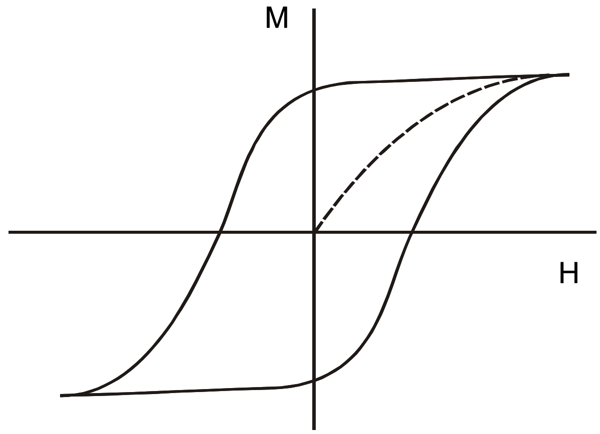
Če je $J < 0$, je energija minimalna, kadar se sosednji spini uredijo antiparalelno. Take snovi so *antiferomagnetne.* V njih so magntetni momenti urejeni, povprečna magnetizacija pa je nič.

Če je $J > 0$, je energija minimalna, kadar so vsi spini in magnetni momenti urejeni v isto smer. Tedaj je tudi brez zunanjega polja $M \neq 0$. V tem primeru je snov feromagnetna, magnetizaciji pri $H = 0$ pa pravimo *spontana magnetizacija.*

Pri dovolj visoki temperaturi preidejo tako feromagnetne kot antiferomagnetne snovi v paramagnetno stanje. Fazni prehod se zgodi približno pri temperaturi, pri kateri je $J \simeq k_B T$.

Okoli kosa feromagnetne snovi s homogeno magnetizacijo je magnetno polje, zaradi česar se poveča magnetna energija. Ta se lahko zmanjša, če magnetizacija ne kaže v vsem kosu snovi v isto smer, temveč razpade na *domene*, v katerih kaže magnetizacija izmenično v nasprotnih smereh, tako da sta povprečna magnetizacija in magnetno polje okoli feromagneta enaka nič. Ravnovesna velikost domen je določena z energijo sten med domenami. Čim drobnejše so domene, tem manjša je energija magnetnega polja, poveča pa se energija sten. Tipične velikosti ravnovesnih domen v feromagnetnih snoveh so nekaj μm.

V zunanjem magnetnem polju so domene, kjer kaže magnetizacija v smeri polja, energijsko ugodne, nasprotne pa ne, zato se prve povečajo, druge pa zmanjšajo ni snov se namagneti. V dobrih magnetnih materialih se domenske stene težko premikajo, zato potem, ko izključimo magnetno polje, ostanejo ene domene večje kot druge in v snovi imamo *remanentno magnetizacijo* in *remanentno gostoto magnetnega polja.* Značilnosti premikanja domenskih sten v zunanjem magnetnem polju določajo histerezno zanko, to je odvisnost M od H.



V materialih, v katerih se domenske stene gibljejo z močnim trenjem, je histerezna zanka široka, če pa se domenske stene gibljejo z malo trenja, je histereza ozka ali pa je ni. Gibanje domen ovirajo napake v kristalu, nečistoče in meje med kristali. Zato na primer ima mehko železo, to je, železo z malo primesmi, zelo ozko zanko.

15.4 * Približek povprečnega polja

V splošnem je iz znane interakcije med atomi natančno izračunati, kdaj pride do faznega prehoda, dokaj težko. S preprostim in pogosto uporabnim *približkom povprečnega polja* pa ni večjih težav.

Imejmo mrežo atomov s spinom 1/2. Opazujmo enega od spinov. Njegova energija je

$$W_i = -\sum_{sosedi} J\, S_{zi}\, S_{zj}$$

Nadomestimo vrednosti spinov sosedov z njihovim popvrečjem, ki ga še ne poznamo in ga bomo izračunali na koncu. Ker so vsi spini enakovredni, je povprečje vseh sosedov enako in je energija izbranega spina

$$W = -N_s J \langle S_z \rangle S_z$$

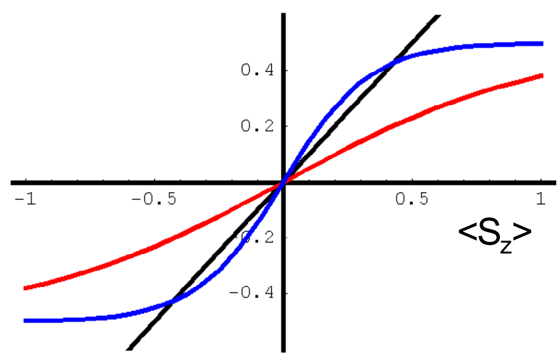
kjer je N_s število sosedov. Izraz $N_s J \langle S_z \rangle$ lahko obravnavamo kot neko povprečno efektivno polje, v katerem se nahaja izbrani spin. Popvrečno vrednost izbranega spina lahko izračunamo iz kanonične verjetnosti, da je spin paralelen ali antiparalelen z efektivnim poljem:

$$\begin{aligned} P_{\pm} &= \frac{1}{Z}\, e^{\pm\beta N_s J \langle S_z\rangle} \\ Z &= e^{\beta N_s J\langle S_z\rangle} + e^{-\beta N_s J\langle S_z\rangle} \end{aligned}$$

Popvrečno vrednost izračunamo enako, kot smo dobili popvrečno vrednost magnetnega momenta pri Langevinovem modelu paramagnetizma:

$$\langle S_z\rangle = \frac{1}{2}\left(P_+ - P_-\right) = \frac{1}{2}\tanh \beta N_s J \left\langle S_z\right\rangle \tag{15.2}$$

Dobili smo transcendentno enčbo za $\langle S_z\rangle$. Lastnosti rešitev lahko vidimo grafično na naslednji sliki.



Če je $\beta N_s J < 1/2$,to je, pri visokih temperaturah, je rešitev le $\langle S_z\rangle = 0$ (rdeča črta). Ta ustreza paramagnetnemu stanju. Pri nizkih temperaturah, to je za $\beta N_s J > 1/2$ pa dobimo še dve rešitvi, ki ustrezata fermomagnetnemu stanju. Izkaže se, da je v tem primeru rešitev $\langle S_z\rangle = 0$ nestabilna.

V bližini temperature prehoda T_c je $\langle S_z\rangle << 1/2$ in je $\beta N_s J \langle S_z\rangle << 1$. Tedaj lahko rešitve poišcemo tako, da razvijemo hiperbolni tangens do drugega člena potnečne vrste:

$$\langle S_z\rangle = \frac{1}{2}\beta N_s \left\langle S_z\right\rangle - \frac{1}{6}\beta^3 N_s^3 \left\langle S_z\right\rangle^3$$

Rešitev $\langle S_z \rangle = 0$ nas ne zanima, tako da lahko enkrat z $\langle S_z \rangle$ krajšamo in imamo

$$\langle S_z \rangle^2 = \frac{N_s J - 2k_B T}{3\left(N_s J\right)^3}\left(k_B T\right)$$

Da bo $\langle S_z \rangle^2 > 0$, mora biti $T < N_s J/(2k_B)$. Temperatura prehoda v feromagnetno stanje (Curiejeva temperatura) je torej

$$T_c = \frac{N_s J}{2k_B}$$

povprečna vrednost spina pa

$$\langle S_z \rangle = \pm \frac{k_B^{3/2} T}{\sqrt{6 N_s J}} \sqrt{T_c - T}$$

Spontana magnetizacija je

$$M_0 = 2\frac{N}{V}\mu_B \langle S_z \rangle$$

Možnost dveh predznakov kaže na obstoj magnetnih domen. Magnetizacija lahko kaže v pozitivno ali negativno smer. Značilno za fazne prehode je tudi, da jemagnetizacija sorazmerna s $\sqrt{T_c - T}$.