

Poglavje 16

Superprevodnost

16.1 Osnovne značilnosti

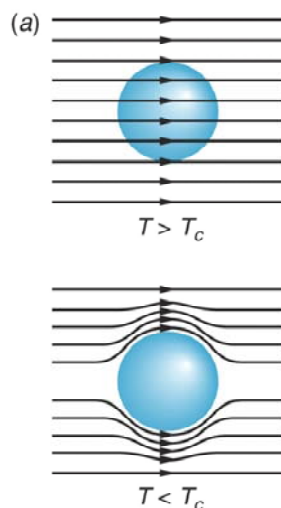
V normalnih kovinah, ki so dobri prevodniki, upornost pada s temperaturo, pri višji temperaturi linearno, nižje pa kot T^5 . Pri nizkih temperaturah začne prevladovati sipanje elektronov na nečistočah in upornost postane približno neodvisna od T .

Nizozemski fizik Kamerlingh Onnes je prvi utekočinil helij. Nato je leta 1911 meril upornost živega srebra in začuden ugotovil, da njegova upornost pri $T = 4,2$ K pade na nemerljivo majhno vrednost. Kasneje se je pokazalo, da to *superprevodno stanje* nastopi pri temperaturah nekaj K v mnogih kovinah in zlitinah, posebej še v takih, ki v normalnem stanju niso dobri prevodniki. Upornost pade natančno na nič. V superprevodnem obroču so opazovali električni tok, ki je brez izvora napetosti nezmanjšan tekel več let.

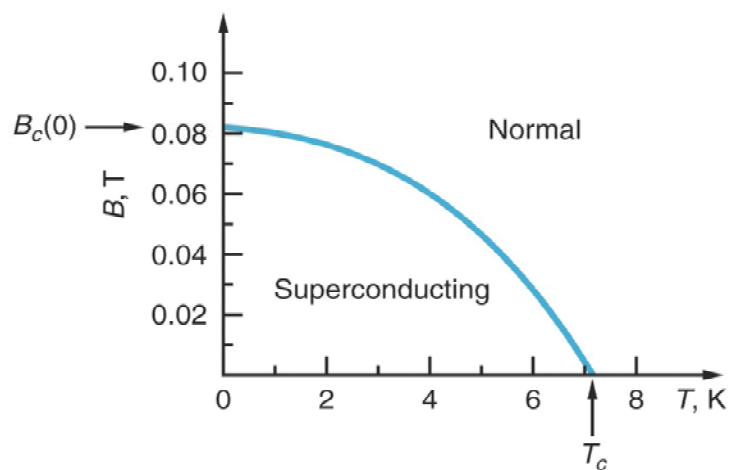
Temperaturi prehoda v superprevodno stanje pravimo kritična temperatura T_c .

Za superprevodno stanje sta značilni dve lastnosti:

1. Upornost je nič.
2. V notranjosti superprevodnika je $\mathbf{B} = 0$. Pravimo tudi, da je superprevodnik popoln diamagnetik.

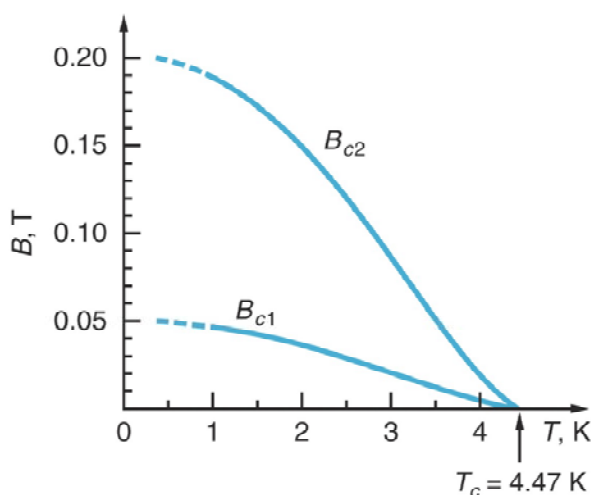


Lastnosti superprevodnika, da izrine iz notranjosti magnetno polje, pravimo Meissnerjev pojav. Vendar to ne gre za poljubno veliko magnetno polje, pri nekem kritičnem polju, ki je odvisno od temperature, superprevodnost izgine in polje vdre v notranjost snovi. Fazni diagram superprevodnega stanja kaže naslednja slika.



Superprevodniki s takim faznim diagramom so *prve vrste*. Poleg teh imamo še suprepredvodnike *druge vrste*, ki imajo dve kritični polji. Pri

B_{c1} začne magnetno polje prodirati v superprevodnik, vendar ne homogeno, temveč v mreži posameznih tankih območij - *vrtinčnih linijah*. V območju vrtinčnih linij preide superprevodnik v normalno stanje, druge pa ostaja upornost nič. Pri drugem, večjem kritičnem polju B_{c2} pa ves superprevodnik preide v normalno stanje. Primer faznega diagrama za superprevodnik druge vrste kaže naslednja slika.



Pomembno je še, da je magnetni pretok skozi posamezno vrtinc^o no linijo kvantiziran:

$$\Phi = n \Phi_0, \quad \Phi_0 = \frac{h}{2e}$$

To, da v imenovalcu nastopata dva osnovna naboja, kaže, da nastopajo v superprevodnikih elektroni v parih.

Superprevodnost izgine tudi, kadar preseže gostota električnega toka kritično vrednost $j_c \simeq 10^9 - 10^{10} \text{ A/m}^2$. Ker v superprevodniku ni polja, mora električni tok teči le v tanki površinski plasti.

Superprevodniki prve vrste so navadno čiste kovine, pri katerih je $B_c < 0.1 \text{ T}$, superprevodniki druge vrste pa so spojine in zlitine. Praktično se največ uporabljajo niobijeve zlitine, ki imajo T_c okoli 20 K. Do leta 1987 je bila najvišja $T_c = 23,2 \text{ K}$ v Nb_3Ge . Drugo kritično polje B_{c2} je lahko več od 10 T. Taki superprevodniki so praktično uporabni za izdelavo močnih elektromagnetov.

V visokotemperaturnih superprevodnikih, ki so bili odkriti leta 1987, je T_c do 120 K. Zanje so značilne ravnine bakra in kisika. So neke vrste keramike, zato so za uporabo kljub visoki T_c težavni. Pred nekaj leti so odkrili, da je zelo dober superprevodnik tudi magnezijev diborat MgB_2 s $T_c = 40$ K.

16.2 Cooperjevi pari in BCS teorija

Podrobna mikroskopska razlaga superprevodnosti je težavna, za visokotemperaturne superprevodnike pa zanesljive teorije še sploh ni. Navedimo le zelo grobe obrise BCS (Bardeen, Cooper in Schrieffer) teorije običajnih superprevodnikov.

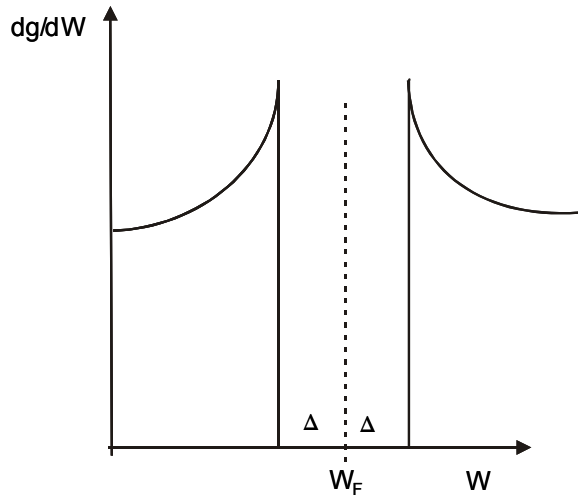
Superprevodnost je posledica šibke interakcije med elektroni, ki jo posredujejo fononi. Predstavljamo si jo lahko takole. Elektron, ki se giblje po kristalni mreži, privlači pozitivne ione in okoli sebe ustvarja oblak pozitivnega naboja, ki senči naboj elektrona. Povečanje gostote pozitivnega naboja je lahko tolikšno, da privlači drug elektron in dobimo učinkovit privlak med dvema elektronoma. Ta je zadosten, da se elektroni z energijo blizu Fermijeve energije vežejo v *Cooperjeve pare*.

Red velikosti vezavne energije para je $V_0 \simeq \hbar\omega_D \simeq 0.1\text{eV}$, to je, karakteristična energija fononov. Za vezavo je bistveno, da so pod Fermijevo energijo elektronska stanja zasedena. Vezava je tem močnejša, čim več parov je že vezanih in čim nižja je temperatura.

Pari so bosoni, v običajnih prevodnikih se vežejo v singletno stanje s $S = 0$. Zato je lahko mnogo parov v istem stanju. Pod T_c dobimo neke vrste Bose-Einsteinov kondenzat, čeprav superprevodni prehod ne moremo obravnavati kot Bose-Einsteinovo kondenzacijo. To namreč dobimo v idealnem plinu, brez interakcij med delci, za superprevodnost pa so interakcije odločilne.

Kadar ne teče električni tok, je valovna funkcija kondenziranih parov oblike $\psi = \sqrt{n_s}e^{i\phi}$, kjer je n_s gostota superprevodnih parov, ϕ pa v primeru homogenega superprevodnika konstantna faza. Kolikšen del elektronov je kondenziranih v superprevodne pare, je odvisno od temperature. n_s narašča, ko T pada.

Značilno za superprevodno stanje je tudi, da v gostoti elektronskih stanj nastane energijska špranja širine 2Δ okoli Fermijeve energije.

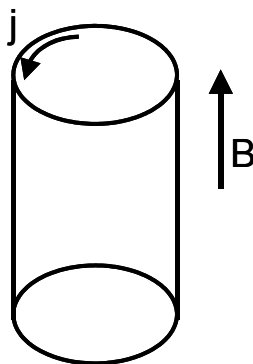


Elektroni pod špranjo so v superprevodnem stanju, pri končni temperaturi pa je nekaj elektronov tudi nad špranjo v normalnem stanju. Velikost špranje se z višanjem temperature manjša.

Obstoj energijske špranje in elektronskih parov, ki so vsi v istem stanju, razloži tudi, da je upornost superprevodnika nič. Da elektron pri sipanju lahko preskoči iz superprevodnega stanja, mora imeti vsaj kinetično energijo enako 2Δ . Dokler je torej $j = en_s v$ in s tem hitrost elektronov dovolj majhna, se elektroni ne morejo sipati iz superprevodnega stanja in upora ni.

16.3 *Enačba Londonov

Poglejmo si obnašanje superprevodnikov v magnetnem polju še nekoliko podrobneje. Zamislimo si kos superprevodnika v obliki dolgega valja. Vključimo magnetno polje v smeri osi valja. Pri tem se inducira električno polje, ki po obodu valja požene električni tok.



Ker ni upornosti, je gibalna enačba za elektrone v električnem polju

$$\frac{dv_\phi}{dt} = -\frac{e}{m} E_\phi$$

Ker je $j = -en_s v$, kjer je n_s gostota superprevodnih elektronov, je tudi

$$\frac{dj_\phi}{dt} = \frac{e^2 n_s}{m} E_\phi \quad (16.1)$$

V superprevodniku so j_ϕ , E_ϕ in B funkcije r , ki od površine v notranjost hitro padajo, saj je v notranjosti superprevodnika $B = 0$. Uporabimo indukcijski zakon po zanki z radijem r :

$$2\pi r E_\phi = -\frac{d}{dt} \int_0^r B(r') 2\pi r' dr'$$

Izrazimo v enačbi 16.1 E_ϕ :

$$r \frac{dj_\phi}{dt} = -\frac{e^2 n_s}{m} \frac{d}{dt} \int_0^r B(r') r' dr'$$

Ta enačba velja ne le za superprevodnik, ki kaže Meissnerjev pojav, ampak tudi za idealni prevodnik, ki ne izrine iz notranjosti magnetnega polja. Če obe strani integriramo po času, moramo dodati integracijsko konstanto, ki pa je za superprevodnik vedno nič. Da je integracijska konstanta nič, je enakovredno Meissnerjevemu pojavu. Tako imamo

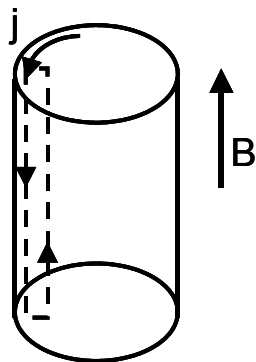
$$rj = -\frac{e^2 n_s}{m} \int_0^r B(r') r' dr'$$

Odvajajmo enkrat po r :

$$\frac{dj_\phi}{dr} + \frac{1}{r}j_\phi = -\frac{e^2n_s}{m}B \quad (16.2)$$

Dobljena zveza je posebna oblika (za izbrano geometrijo) enačbe Londonov in je zelo pomembna za makroskopsko obravnavo superprevodnikov.

Uporabimo še zakon o magnetni napetosti. V valju naredimo zanko, kot kaže slika.



Dobimo

$$\begin{aligned} LB(r) - LB(r + dr) &= \mu_0 j_\phi L dr \\ -\frac{dB}{dr} &= \mu_0 j_\phi \end{aligned}$$

Postavimo to v enačbo 16.2:

$$\frac{d^2B}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dB}{dr} = \mu_0 \frac{e^2 n_s}{m} B$$

Izraz $(\mu_0 e^2 n_s / m)^{-1/2} = \lambda_L$ ima enoto dolžine. Ta *dolžina Londonov* je značilna za izbran superprevodnik pri dani temperaturi. Tipična vrednost je nekaj deset nm do $1 \mu\text{m}$.

S pomočjo dobljene enačbe lahko izračunamo, kako pada B v notranjosti valja. Dimenzija makrosopskih kosov superprevodnika je dosti več od λ_L , zato lahko vzamemo, da je radij valja $R \gg \lambda_L$. Ker nas

zanimajo le razmere tik ob steni valja, lahko drugi člen na levi zanemarimo. S tem smo zanemarili ukrivljenost stene. Potem imamo

$$\frac{d^2 B}{dr^2} = \mu_0 \frac{e^2 n_s}{m} B$$

Velja tudi $B(R) = B_0$, kjer je B_0 polje izven valja. Rešitev, ki zadošča enačbi in robnemu pogoju, je

$$B = B_0 e^{-(R-r)/\lambda_L}$$

Magnetno polje znotraj superprevodnika pojema eksponentno s karakteristično dolžino λ_L . Tudi tokovi tečejo le v tej površinski plasti.

Sedaj tudi bolje razumemo, kako magnetno polje prodira v superprevodnike druge vrste. Vrtinčne linije preidejo iz normalnega stanja v centru v superprevodno na razdalji λ_L . Ko se z večanjem polja vrtinčne linije gostijo, preide superprevodnik v celoti v normalno stanje, ko je razdalja med vrtinčnimi linijami manj od λ_L .